Die kosmischen Zahlen

der

Cheopspyramide

der mathematische Schlüssel

zu den Einheits-Gesetzen im

Aufbau des Weltalls

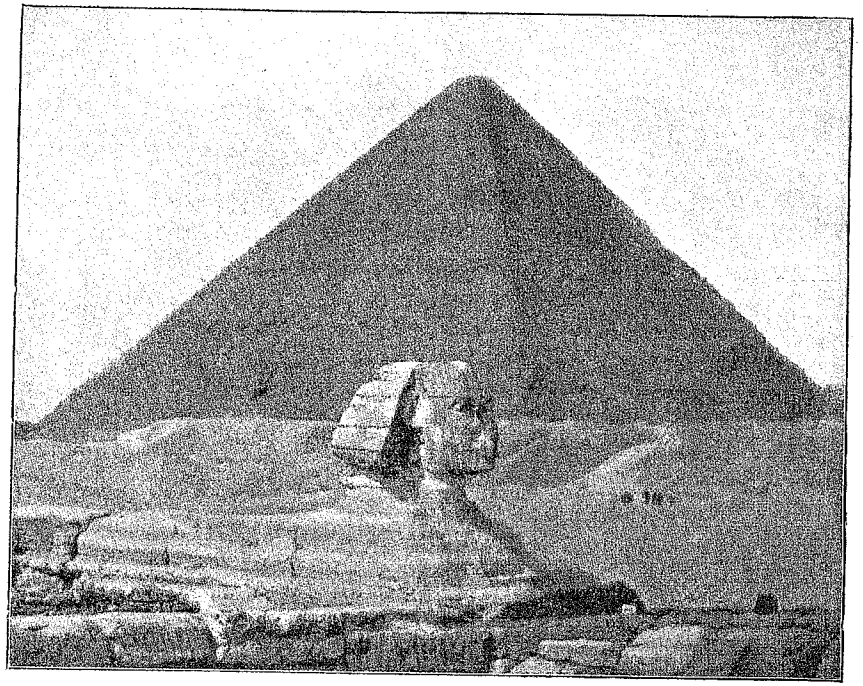
Berechnet von

Dr. Fritz Noetling

4. Auflage

Die kosmischen Zahlen der Cheopspyramide

Die kosmischen Zahlen der Cheops-Pyramide



(Aus dem Calwer Handwörterbuch)

Die Cheopspyramide.

Die kosmischen Zahlen

der

Cheopspyramide

der mathematische Schlüssel
zu den Einheits-Gesetzen im

Aufbau des Weltalls

Berechnet von

Dr. Fritz Noetling

. . . . laß uns die Pharaonengräber betrachten, die, abgesehen von dem sichtbaren Zweck, Gräber zu sein, auch die geheime Aufgabe besitzen, nämlich die, in Zahlen und Maßen zu verbergen, was die Weisen über Sibu (Erde) und Nuit (Himmel) gegenseitige Beziehungen haben erforschen können.
(Neue Waffen, Erzählungen von August Strindberg, Die ägyptische Knechtschaft.)

4. Auflage

E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung
STUTTGART 1921 **(Erwin Nägele)**

Copyright 1921 by E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung
(Erwin Nägele) Stuttgart.
Alle Rechte, besonders das der Übersetzung, vorbehalten.

Druck der Chr. Belserschen Buchdruckerei, Stuttgart

Dem Andenken

an

Herrn Erwin Nägele

Verlagsbuchhändler

dem tatkräftigen Freund und
Förderer der Wissenschaft

gewidmet vom

Verfasser

Vorwort.

Die in diesem Buche enthaltenen Studien entstanden während meiner vierjährigen Gefangenschaft im Konzentrationslager zu Trial Bay und Holdsworthy in Australien, in den Jahren 1915 bis 1919. Nur derjenige, der es selbst durchgemacht hat, weiss, wie fürchterlich gerade die geistige Bevormundung des Konzentrationslagers für den war, der gewohnt ist, sich intensiv geistig zu beschäftigen, und darum jede Einschränkung seiner geistigen Tätigkeit doppelt schwer empfindet. Die Seelenqualen all der Tausenden von deutschen Männern, die jahrelang ihrer Freiheit beraubt waren, zu schildern, ist unmöglich. Nur intensivste Arbeit, sei es körperlicher, sei es geistiger Art, ermöglichte es, die langen Leiden ohne dauernden Schaden für Leib und Seele zu ertragen. Wer jung und kräftig war, konnte wenigstens durch körperliche Arbeit die Monotonie seines Daseins unterbrechen, aber wenn man die sechzig Jahre überschritten hat, so geht das nicht mehr so leicht mit der Muskelarbeit. Da musste andere Arbeit dafür eintreten, aber wie war es möglich, fern von allen literarischen Hilfsquellen etwas Nützliches, Brauchbares, zu schaffen? Man musste eben versuchen, sich so gut zu beschäftigen, wie es ging. Es wurden Vorträge gehalten, man diskutierte über dies und jenes und schlug im allgemeinen die Zeit tot, so gut man konnte.

Die erste Anregung zu diesem Werke gaben Fragen über das im englischen Getreidehandel immer noch verwendete Hohlmass, des Quarters und des daraus abgeleiteten Buschels. Was ist denn eigentlich ein Buschel? Diese Frage wurde mir des öfteren vorgelegt, aber es wird wenig Deutsche geben, die etwas mehr als eine sehr unklare Vorstellung von diesem Hohlmass haben, und meine ursprüngliche Absicht war eigentlich keine andere, als mir Klarheit darüber zu verschaffen, was denn ein Buschel, und sein Achtfaches, das Quarter, eigentlich ist. Aber der Lauf dieser Untersuchung führte viel weiter, als ich jemals gedacht oder geahnt hätte. Es tauchten neue Probleme auf, ganz unerwartete Resultate ergaben sich, so dass schliesslich der ursprüngliche Zweck meiner Untersuchungen ganz in den Hintergrund rückte, und aus einer Studie über den Ursprung eines obskuren Getreide-Hohlmasses ein umfangreiches Werk über die grössten naturphilosophischen Probleme, welche die Menschheit kennt, geworden ist. Ich bin mir wohl bewusst, dass ich Anschauungen vertrete, die althergebrachten Meinungen und Ansichten direkt widersprechen, und darum weiss ich auch, dass ich damit bei vielen, namentlich den Orthodoxen, seien dies nun Vertreter der Wissenschaft oder der Religion, schweres Ärgernis erregen werde. All diese Gegner werden natürlich dieses Werk auf seine Fehler hin ganz sorgfältig unter die Lupe nehmen, um, wenn sie einen

solchen glücklich entdeckt haben, die Genugtuung zu haben, das Ganze als auf falscher Grundlage aufgebaut, ablehnen zu können. Diesen Gegnern möchte ich von vornherein entgegenhalten, dass es hier nicht darauf ankommt, dass jeder der vielen Zahlenwerte, die ich berechnen musste, absolut richtig ist, sondern viel mehr darauf, dass diese Untersuchungen in ihren Ableitungen und Schlussfolgerungen als Ganzes betrachtet, objektiv richtig sind. Ich habe mich natürlich bemüht, meine Berechnungen genau und möglichst ohne Fehler zu machen, aber die Möglichkeit, dass bei den vielen Berechnungen, die häufig zu langwierigen Multiplikationen und Divisionen führten, die eine oder andere falsche Zahl mit unterlaufen ist, ohne dass ich es bemerkte, ist nicht ausgeschlossen, aber die Grundlagen, die Hauptwerte, sind jedenfalls arithmetisch richtig, denn sie wurden nur nach wiederholter Berechnung, bei vollkommener Übereinstimmung der Resultate als richtig angenommen. Sollte aber ein aufmerksamer Leser einen Rechenfehler entdecken, so wäre ich ihm sehr dankbar, wenn er mir dies mitteilen wollte, damit derselbe bei einer späteren Auflage dieses Werkes verbessert wird.

Weiter möchte ich noch einen andern Punkt hervorheben. Dieses Buch ist keine schematische Untersuchung eines konkreten Problemes, bei welcher von vornherein feststeht, welcher Art das Ergebnis sein wird. Das, was jetzt schön gegliedert und geordnet erscheint, indem eines sich aus dem andern aufbaut, ist nur das Endergebnis vieler, anfangs scheinbar zusammenhangsloser, Einzeluntersuchungen, denn niemals wusste ich im Anfang, zu welchem Resultat die Untersuchung eines Problems führen würde; in den meisten Fällen waren die Resultate ganz unerwartet, aber mit diesen wurden wieder ganz neue Probleme, an die ich vorher nicht gedacht habe, angeschnitten. Saul ging aus, eine Eselin zu suchen und fand ein Königreich (1. Sam. 18 und 19). Ich ging aus, mir Klarheit über den Ursprung eines obskuren Getreidemasses zu schaffen und bin auf dem Umweg über die Cheops-Pyramide zu dem Planetensystem, den kosmischen Zahlen, den Atomgewichten, gelangt, und schliesslich zur Erkenntnis eines unser ganzes Planetensystem, ja wahrscheinlich unser ganzes Universum beherrschenden Weltgesetzes, dem alles unterworfen ist, das unendlich Grosse wie das unendlich Kleine, gekommen. Ebensowenig wie Saul das Königreich vorgeschwebt haben mag, als er ausging, die Eselinnen zu suchen, ebensowenig hatte ich zu Beginn meiner Untersuchungen eine Vorstellung davon, wohin dieselben führen und wo sie schliesslich enden würden. So ist denn aus einer Studie über ein Getreidehohlmass, das Buschel, ein umfangreiches Werk über naturphilosophische, mathematische, astronomische, chemische, biologische und archäologische Probleme geworden. Manches, namentlich was ich in bezug auf die Cheops-Pyramide bringe, dürfte nicht mehr ganz neu sein, denn Eyth hat ja schon längst darauf hingewiesen, dass die Seitenlänge derselben in einer gewissen Beziehung zur Umlaufszeit, die Höhe in einer gewissen Beziehung zur Entfernung der Erde von der Sonne stehe. Aber die Tatsache, dass diese Werte mit noch vielen andern aus den drei Dimensionen der in der sog. Königskammer stehenden Steintruhe abgeleitet werden können und dass dieselben durch algebraische Formeln, deren Grundlage die Zahl π bildet, ausgedrückt werden können, dürfte vollkommen neu sein.

Diejenigen meiner Leser, welche dieses Buch aufmerksam zu Ende gelesen haben, werden mit mir die unaussprechlich grosse Verwunderung teilen, dass vor mehr als 4000 Jahren, zu einer Zeit, als unser modernes Deutschland noch eine vollkommene, mit Urwald bestandene Wildnis war, in Ägypten geniale Menschen bereits jene Vorstellung vom Weltenbild hatten, zu der wir Menschen von heute nur nach vielen mühseligen Untersuchungen und Kämpfen gelangt sind. Die Verwunderung wird um so grösser sein, je mehr man bedenkt, dass den ägyptischen Astronomen nicht diejenigen technischen Hilfsmittel zur Verfügung standen, welche die moderne Wissenschaft in so überreichlichem Masse benützen kann. Man denke nur an die Präzisionsuhren oder die Riesenteleskope! Wie die alten Ägypter mit ihren, gewiss recht primitiven, Instrumenten den Durchmesser oder den Radius der Erde bestimmen konnten, wie sie gar dazu kamen, die Sonnen-Parallaxe mit einer ganz unerreichten Genauigkeit zu bestimmen, wird wohl immer ein Rätsel bleiben. Selbst wenn, wie wir später sehen werden, die Entfernung der Erde von der Sonne durch eine einfache mathematische Operation aus der Umlaufszeit der Erde abgeleitet werden kann, so stand doch von vornherein nicht fest, dass durch das Resultat dieser Operation die Entfernung der Erde von der Sonne ausgedrückt wird. Man musste auf irgend einem andern Wege, und ein anderer als tatsächliche Beobachtung kann wohl kaum in Frage kommen, die Bestätigung der theoretischen Ableitung erhalten.

Mit unserer Verwunderung mischt sich aber ein ebenso grosses Bedauern, dass die Kenntnis von dieser grossen Wissenschaft so vollkommen verloren ging, dass bereits die Pythagoräer nur noch eine schwache Vorstellung von derselben hatten. Die Periode geistigen Verfalles, welche im späteren Römertum einsetzt und bis etwa 1500 nach Christus anhält, ist vielleicht eine der dunkelsten Episoden in der Geschichte der Menschheit. Immer und immer wieder muss man sich die Frage vorlegen, wie anders hätten sich wohl die Geschicke der Menschheit gestaltet, wenn auf der Erkenntnis, welche die Ägypter bereits vor 4000 Jahren hatten, weiter gebaut worden wäre. Wie weit wären wir wohl heutzutage in unserer Kenntnis der Beziehungen zwischen Sibu (ägyptisch = Erde) und Nuit (ägyptisch = Himmel) gekommen, wenn nicht all diese erstaunliche Wissenschaft verloren gegangen wäre. Mir und jedem andern, der über diese Probleme nachdenkt, muss es unfassbar erscheinen, wie ein derartiger Niedergang von einer solchen geistigen Höhe, wie diese durch die in der Cheops-Pyramide festgelegten Probleme unumstösslich erwiesen ist, überhaupt möglich war. Vielleicht ist die Erklärung darin zu suchen, dass diese Weisheit nicht Allgemeingut war, sondern nur von wenigen Auserwählten als grosses Geheimnis gehütet wurde, und mit diesen verschwand. Wäre dem so, dann stände fest, dass die Beschränkung der Erkenntnis auf nur wenige vom Übel ist; auf der andern Seite — darüber wollen wir uns vollkommen klar sein — führt eine weitgehende Verbreitung der Kenntnis, kurz eine Popu-

larisierung der Wissenschaft, zu einer geistigen Halbbildung und Verflachung, welche, wie wir gerade jetzt fast täglich erleben, die schlimmsten Früchte zeitigt. Welches ist das kleinere Übel? Beschränkung oder Verbreitung? Ist das alte hebräische Wort: Chochmāh sjag la-torah, die Weisheit ist der Zaum der Lehre, richtig? Oder ist es falsch? Ich kann hierauf die Antwort nicht finden.

Eine Frage, vielleicht die grösste von allen, wird aber wohl für immer unbeantwortet bleiben. Haben jene unbekannten ägyptischen Mathematiker, deren Namen kein Geschichtsbuch, keine Überlieferung nennt, die sang- und klanglos dahingegangen sind, die Gesetze und Probleme, welche sie in der Cheops-Pyramide festlegten, selbst entdeckt, oder haben sie nur eine uralte Überlieferung zum sinnlichen Ausdruck gebracht? Wir müssen immer den damaligen Kulturzustand berücksichtigen. Vor 4000 Jahren hatte man noch nicht jene feinen Instrumente zur Messung der Zeit oder von Winkeln wie heutzutage. Jede einzelne Messung wohl muss als das Durchschnittsresultat von vielen Beobachtungen, die sich über eine sehr lange Zeit hin erstreckten, angesehen werden. Denn anders wäre ihre Genauigkeit bei dem damaligen Standpunkt der Technik nicht denkbar. Soviel dürfte also wohl sicher sein, dass das Wissen, welches in der Cheops-Pyramide niedergelegt ist, die Quintessenz dessen ist, was in jahrhundertelangen Beobachtungen und Berechnungen mühselig festgestellt wurde.

Oder aber, und diese Möglichkeit will ich durchaus nicht von der Hand weisen, sind nicht die alten Ägypter die Entdecker dieser Naturgesetze, sondern haben sie nur eine noch viel ältere Tradition durch Errichtung dieses Riesenbaues festgelegt? Wäre dem so, wann und wo lebten diejenigen, welche diese Gesetze entdeckten? Unwillkürlich denkt man an die mythische Atlantis. Wäre es denkbar, dass jene gewaltigen Umwälzungen der Erdoberfläche, welche nach dem Ende der diluvialen Eiszeit unser heutiges Oberflächenbild schufen, eine grosse, hochblühende Kultur vollkommen vernichteten? Nur ganz Weniges wurde von den Errungenschaften dieser alten Kultur gerettet, aber selbst dieses Wenige, das uns als Masstab der geistigen Höhe der Menschheit in urgrauer Zeit dienen könnte, ging im Laufe eines, Jahrtausende währenden, Niederganges vollkommen verloren. Ab und zu blieben noch unklare Erinnerungen oder Überlieferungen haften, aber auch diese verschwanden mehr und mehr in dem geistigen Dunkel, in das die Menschheit versunken war, und wenn nicht weit ausschauende Geister erkannt hätten, dass die einzige Möglichkeit, diesen Schatz an Kenntnissen zu retten, darin bestände, denselben in einer unvergänglichen Steinmasse, welche profane Hände niemals gänzlich zerstören konnten, festzulegen, so wären wir heutzutage nicht in der Lage, aus der Entzifferung der stummen Sprache dieses steinernen Monumentes die unumstössliche Tatsache feststellen zu können, dass die alten Ägypter vor 4000 Jahren bereits eine ganz genaue Vorstellung von unserem Planetensystem und den Beziehungen der Planeten zur Sonne hatten, die eine ganz gründliche Kenntnis der gesamten Mathematik zur Voraussetzung hatte.

Nun möchte ich aber ausdrücklich sagen, dass sich niemand zu fürchten braucht, seine mathematischen Kenntnisse reichten nicht zum Verständnis

dieses Buches aus. Die Kenntnisse, die vorausgesetzt werden, sind, abgesehen von ein oder zwei Fällen, elementarster Art, und übersteigen nicht das Mass dessen, was in Untersekunda gelehrt wird. Es kann also jeder, der die Reife für Obersekunda besitzt, die Berechnungen dieses Buches auf ihre Richtigkeit hin prüfen. Aber auch ohne diese Kenntnisse sind meine Darstellungen allgemein verständlich, und allen denen, welchen von ihrer Schulzeit her die Zahl π ein gelindes Grauen eingeflösst hat, sei zum Troste gesagt, dass das Rechnen damit viel schlimmer aussieht als es in der Tat ist. Hat man sich einmal daran gewöhnt, die Zahl π wie eine gewöhnliche Zahl zu betrachten, so sind die Operationen damit ebenso einfach wie mit gewöhnlichen Zahlen. Die einzige Schwierigkeit, die vielleicht zu überwinden ist, liegt in dem neuen Begriff der kosmischen Zahl, welche durch die Zahl π ausgedrückt wird. Aber auch hieran wird man sich rasch gewöhnen, wenn man daran festhält, dass die durch die Zahl π ausgedrückten Werte keine, oder jede Bedeutung haben können. Es sind rein abstrakte Zahlen, denen wir jedesmal die Bedeutung geben, welche ihnen zukommt, genau so wie beim logarithmischen Rechnen die Mantisse dieselbe ist, ob wir mit Millionen oder mit Dezimalen rechnen.

Noch eines; das Geheimnis der Cheops-Pyramide hat leider zu vielen mystischen Spekulationen Veranlassung gegeben und noch vor kurzem hat ein Engländer, der sich zehn Jahre lang ausschliesslich mit der Cheops-Pyramide beschäftigt hat, aus den verwickelten Details dieses Bauwerkes herausgefunden, dass Ende 1919 eine bemerkenswerte Krisis in der Geschichte der Menschheit zu erwarten sei. Das Jahr 1919 ist aber vorübergegangen und die Erde steht immer noch. Ich brauche wohl kaum zu versichern, dass es sich in diesem Buche nicht um solche Prophezeiungen handelt, sondern dass ich mich stets bemüht habe, alles auszuschalten, was etwa als solche ausgelegt werden könnte, und den Geist der in der Cheops-Pyramide niedergelegten Probleme so zu erfassen gesucht habe, wie er wirklich ist.

Zum Schlusse möchte ich nicht verabsäumen, zweien meiner Mitleidensgefährten, mit welchen ich des öfteren die hier behandelten Probleme in anregender Unterhaltung durchgesprochen habe, meinen Dank abzustatten. Der eine, Herr Julius W. Staub, ein hervorragender Mathematiker, ist leider immer noch in Australien, den andern, einen hebräischen Gelehrten, von umfassendem Wissen, Herrn Heinrich Jakobsen, hat das Geschick zum ukrainischen Staatsbürger gemacht. Herr Staub hat mich auf die Leibnitz'sche Reihe, die ich vielleicht vor vielen Jahren einmal gekannt, inzwischen aber gänzlich vergessen hatte, aufmerksam gemacht, und auch meine sonstigen mathematischen Kenntnisse, die doch etwas rostig geworden waren, wieder aufgefrischt. Die sechs Wochen, die ich mit Herrn Staub zusammen in dem wanzendurchseuchten alten Lager von Holdsworthy, aus dem die Pest eben verschwunden war, verbracht habe, waren für mich voll von Anregung. So rufe ich ihm denn aus der Heimat ein herzliches: Auf Wiedersehen! zu.

Herr Jakobsen hat mir vieles aus der Kabbala mitgeteilt, ihm verdanke ich auch die hebräische Bezeichnung für das Hexalpha, denn es war mir

nicht bekannt, dass dieses Symbol als Magén David oder Schild Davids im jüdischen Kultus eine so grosse Rolle spielt. Auch Herrn Jakobsen werde ich ein warmes Angedenken bewahren.

In der Heimat möchte ich meinem alten Freunde Dr. Karl Haas in Cannstatt, der mir verschiedene literarische Nachweise zugänglich machte, sowie Herrn Dr. Roith, Chefarzt des Krankenhauses in Baden-Baden, mit dem ich den Abschnitt: „Kosmische Biologie" besprochen habe und der mir verschiedene Daten zur Verfügung stellte, meinen wärmsten Dank abstatten. Vor allem aber gebührt mein Dank der Verlagsbuchhandlung, die sich nicht scheute, in heutiger Zeit ein Buch wie dieses zu publizieren. Herr Erwin Nägele ist ja vielen meiner engeren Fachgenossen als ein Verleger bekannt, der die grössten Opfer brachte, um rein wissenschaftliche Werke, welche doch nur einen sehr beschränkten Leserkreis haben konnten, zu veröffentlichen. Solange die deutsche Wissenschaft noch solche Verleger findet, wie Herrn Erwin Nägele, sieht die Zukunft derselben nicht ganz so trübe aus. Bei den heutigen beinahe unerschwinglichen Papierpreisen und den hohen Arbeitslöhnen schien es jedoch angebracht, nicht das ganze Manuskript zu drucken, sondern zunächst einmal einen Auszug, der die wichtigsten Untersuchungen enthält, zu bringen. Nach Rücksprache mit der Verlagsbuchhandlung habe ich mich darum entschlossen, dieses Werk in der vorliegenden gekürzten Form zu publizieren. Es fehlen darin sehr wichtige Abschnitte namentlich über die Teil-Pyramiden und die aus der Kreuzung von Raumlinien entstehenden Durchdringungskörper; ferner sind die Untersuchungen über das Planetensystem und die Atomgewichte ganz erheblich gekürzt. Von beiden wurde nur soviel gebracht, um dem Leser eine Vorstellung des Gedankenganges, der zu den Schlussfolgerungen führte, zu geben. Ich verhehle mir durchaus nicht, dass eine solche Kürzung ihre grossen Nachteile hat, denn der logische Zusammenhang des Ganzen wird dadurch zerrissen, aber das war nach Lage der Dinge unvermeidlich. Sobald es aber die Umstände ermöglichen, soll die Veröffentlichung des ganzen Werkes erfolgen, inzwischen habe ich aber an den betreffenden Stellen auf die spätere Ergänzung hingewiesen.

Baden-Baden, den 17. Juli 1920.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort . . . . . VII—XII

Erster Abschnitt: Untersuchungen über die Steintruhe in der sog. Königskammer der Cheops-Pyramide . . . . . 1—19

I. Allgemeines . . . . . 1—5

II. Berechnung der Dimensionen der Steintruhe . . . . . 5—8

1. Berechnung der Länge 5
2. Berechnung der Breite 7
3. Berechnung der Höhe 7
4. Zusammenfassung 8

III. Theoretische Untersuchung der Werte, welche die Dimensionen der Steintruhe darstellen . . . . . 9—18

1. Allgemeine algebraische Werte 9
2. Berechnung der Dimensionen der Steintruhe für spezielle Werte von p 12
   A. Berechnung für den Wert $p = 1$. (Ägyptische Ellen.) 12
   B. Berechnung für den Wert $p = 25$. (Ägyptische Zoll.) 16

IV. Schluss 18

Zweiter Abschnitt: Die Grössenverhältnisse der Cheops-Pyramide 20—49

Berechnung der Elemente der Cheops-Pyramide . . . . . 20—49

1. Allgemeines . . . . . 20—23
2. Berechnung der einzelnen Elemente . . . . . 23—37
   A. Berechnung der linearen, quadratischen und kubischen Grössen . 23—30
      a) Berechnung der Seitenlänge 23
      b) Berechnung der Höhe 25
      c) Berechnung der Diagonale; Pyramidallehrsatz 26
      d) Berechnung der Polkante 28
      e) Berechnung der Seitenhöhe 28
      f) Berechnung der Grundfläche 29
      g) Berechnung der Seitenfläche 29
      h) Berechnung des Inhaltes 30
   B. Berechnung der Winkel . . . . . 31—37
      a) Die Winkel des Transversaldreiecks 31
      b) Die Winkel des Diagonaldreiecks 36
      c) Die Winkel des Oberflächendreiecks 36

Seite

3. Einige mathematische Lehrsätze, welche durch die Cheops-Pyramide zum Ausdruck gebracht werden . . . 38—44
A. Dreieckssatz . . . 38
B. Die Quadratur des Zirkels . . . 39
4. Bemerkungen über die Konstruktion der Cheops-Pyramide . . . 44—49

Dritter Abschnitt: Die aus der Kreuzung von Raumlinien entstehenden Körper nebst ihren Schnittflächen . . . 50—70

Der Magén David oder Schild Davids . . . 50—70
I. Allgemeines . . . 50—56
II. Der Magén David . . . 56—70
A) Der Sphären-Magén David . . . 58—64
B) Der Tangenten-Magén David . . . 64—70

Vierter Abschnitt: Die Faktorentafel . . . 71—80

Fünfter Abschnitt: Die kosmischen Zahlen und ihre Bedeutung 81—86

Sechster Abschnitt: Das Gesetz des Goldenen Schnittes . . . 87—92

Siebenter Abschnitt: Das Planeten-System . . . 93—138

I. Allgemeines . . . 93—95
II. Die Erde . . . 95—108
1. Die Grössenverhältnisse der Erde . . . 95
2. Die kosmischen Zahlen der Cheops-Pyramide mit Bezug auf die Erde 96—108
A. Die Umlaufszeit der Erde . . . 96
B. Die absolute Entfernung der Erde von der Sonne . . . 98
C. Die Bahnlänge der Erde . . . 100
D. Die Bahngeschwindigkeit der Erde . . . 101
E. Das spezifische Gewicht der Erde . . . 102
F. Die Sonnenparallaxe . . . 105
III. Die Umlaufszeit der Planeten . . . 108—115
1. Die Umlaufszeit der Venus . . . 108
2. Die Umlaufszeit des Merkur . . . 110
3. Vergleichende Betrachtungen über die algebraischen Werte der Umlaufszeit der Erde, der Venus und des Merkur . . . 110—115
Der Mond . . . 111
Der Vulkan . . . 113
4. Übersicht der algebraischen Werte der Umlaufszeit der Planeten 115—121
A. Allgemeines . . . 115
B. Der Kernwert . . . 119
C. Der variable Mittelwert . . . 119
D. Der variable Endwert . . . 121
E. Zusammenfassung; allgemeine Formel der Umlaufszeit . . . 121

Seite

F. Die Grundformel der Planeten . . . 121—129
a) Die allgemeine Formel für die Umlaufszeit U . . . 122
b) Die allgemeine Formel für die Temporalentfernung $Et.$ . . . 122
c) Die allgemeine Formel für die absolute Entfernung Ea/e und Ea/m . . . 122
d) Die allgemeine Formel für die Bahnlänge Be und Bm . . . 122
e) Die allgemeine Formel für die Bahngeschwindigkeit Ge und Gm 123
f) Die allgemeine Formel für das spez. Gewicht $Sp.\ G.$ u. Schluss 123
5. Existiert ein bisher noch nicht bekannter Planet zwischen Saturn und Uranus? . . . 130
6. Eine neue Hypothese über die Entstehung des Planetensystems . 131—138

Achter Abschnitt: Die Atomgewichte . . . 139—166

I. Allgemeines. Theorie der Zerlegung der Atomgewichte . . . 139—149
II. Darstellung der Atomgewichte durch algebraische Werte . . . 149—150
III. Einteilung der Elemente in Klassen . . . 150—154
IV. Aufbau der algebraischen Werte der Atomgewichte. Ringförmige Darstellung . . . 154—166

Neunter Abschnitt: Kosmische Biologie . . . 167—177

I. Die Fliess'schen Perioden . . . 167
II. Das weibliche und das männliche Klimakterium . . . 170
III. Die Schwangerschaftsdauer des Menschen . . . 172
IV. Die allgemeine Reihe der Trächtigkeitsdauer der Säugetiere . . . 175

Schlusswort . . . 178—181

Vertikalschnitt der Cheopspyramide
(nach Eyth)

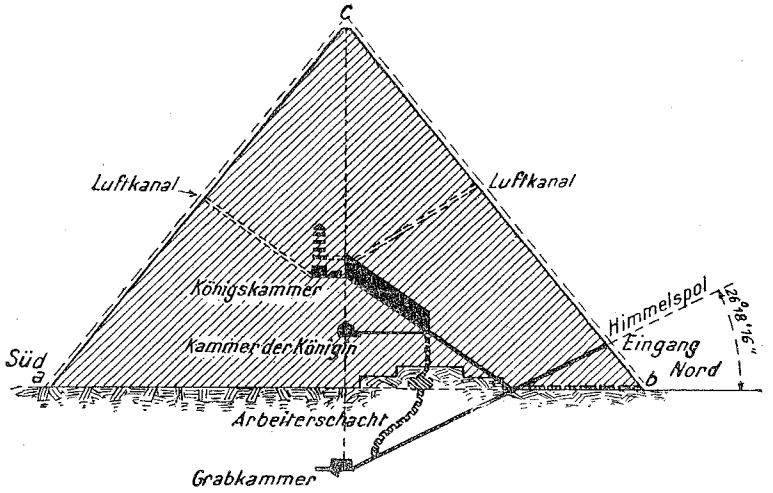


Fig. 1. Transversal-Dreieck der Cheopspyramide.

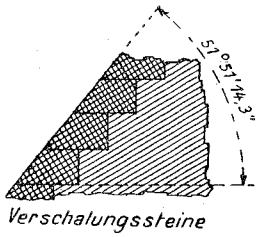


Fig. 2. Neigungswinkel der Seitenflächen.

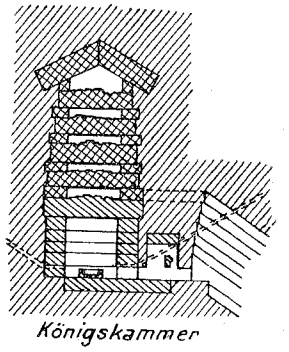


Fig. 3. Die Bauten über der sog. Königskammer mit der Steintruhe.

Text umstehend.

Es war ursprünglich meine Absicht, diese Figuren in dem grösseren Werke als Illustrationen zu dem Abschnitt: Die Bauten im Inneren der Cheopspyramide zu bringen, es hat sich aber doch als zweckmässig erwiesen, dieselben auch hier zu geben, da der Leser über manches, was ohne diese Figuren doch etwas schwer verständlich wäre, Aufschluss erhält. So sieht man ohne weiteres die Lage der drei „Kammern" in der Mittellinie (Höhe) der Pyramide; ebenso wird man verstehen, warum ich der Ansicht bin, dass durch die Bauten über der „Königskammer" Flächen und nicht „Kammern" dargestellt werden sollten. Ein gleiches gilt für die Grabkammer, in deren Decke die Spitze von P (— 1) liegt. Man sieht weiter, dass, wenn die Cheopspyramide auf dem 30. Breitegrade stehen soll (S. 86), der Winkel des Eingangsstollens, dessen Achse nach dem Himmelspol weisen soll, unmöglich $26^0\ 18'\ 16''$ sein kann.

Mit Bezug auf die Skizze der Verschalsteine (Fig. 2) sieht man deutlich, wie durch diese der Neigungswinkel n der Seitenflächen, dessen natürliche Kotangente den Wert $\frac{\pi}{4}$ hat, zum Ausdruck gebracht wird. (Seite 31 und 44ff.)

Über die übrigen Bauten muss ich den Leser auf mein grösseres Werk verweisen, doch möchte ich nur so viel bemerken, dass die sogen. „Luftkanäle" anscheinend in Beziehung zur eingeschriebenen Kugel stehen, denn das Ende des nördlichen „Luftkanales" scheint den Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel zu markieren, der übrigens genau in der oberen Ecke der grossen Halle liegt. Weiter sei bemerkt, dass die Länge des nach Süden schräg ansteigenden Ganges von seiner Abzweigungsstelle bis zum Ende der grossen Halle genau die Hälfte der Höhe beträgt.

Erster Abschnitt:

Untersuchungen über die Steintruhe in der sog. Königskammer der Cheops-Pyramide.

I. Allgemeines.

Wer gezwungen ist, sich auch nur kurze Zeit mit dem englischen Mass- und Gewichtssystem zu beschäftigen, wird wohl manchesmal die Frage aufgeworfen haben, wie es nur möglich ist, dass ein so modernes Volk, wie die Engländer, ein so schwerfälliges, veraltetes und durchaus unpraktisches System nicht nur im Gebrauch hat, sondern auch mit Zähigkeit daran festhält, trotzdem die ungeheuren Nachteile desselben längst erkannt sind. Ich will hier nur ein Beispiel anführen, welches das Widersinnige des englischen Gewichtssystems grell illustriert. Wir Deutschen sagen einfach, ein Erz enthält so und so viel Prozent Silber oder Gold, und jeder, der rechnen kann, weiss, was dies bedeutet. Der Engländer drückt sich komplizierter aus; er sagt nämlich: eine Tonne Erz enthält so und so viel Unzen, Pennyweights und Grains Gold oder Silber; versucht man die englische in die deutsche Form überzuführen, so misslingt der Versuch, wenn man nicht berücksichtigt, dass das Gewicht des Erzes im Avoirdupois-System, das Gewicht des Edelmetalls aber im Troy-System ausgedrückt ist, dass also, da das Troy-Pfund leichter ist, als das Avoirdupois-Pfund, eine Tonne zwar 2240 Avoirdupois-Pfund, aber 2986.66 Troy-Pfund wiegt. Kann es aber etwas Schwerfälligeres geben, als den Gehalt eines Erzes in Edelmetall in einem, das Gewicht des Erzes selbst aber in einem andern Gewichtssystem auszudrücken? Ähnlich verhält es sich, wenn man sich vor die Beantwortung der Frage gestellt sieht: Was ist ein Buschel? Ist es ein Hohl- oder ein Gewichtsmass? Oder beides? Warum hat das Buschel einen Kubikinhalt, der nicht genau fixiert ist, sondern ungefähr 2218.3 bis 2219 engl. Kubikzoll beträgt? Warum sind acht Buschel ein Quarter? Was ist das Ganze des Viertels (Quarter)? Gibt es irgend ein Hohlmass, das 4×8 oder 32 Buschel misst, also das Ganze des Quarters darstellt? Diese und ähnliche Fragen habe ich mir des öfteren vorgelegt, ohne dass ich sofort eine Antwort darauf fand, und ich bin überzeugt, ähnlich ist es vielen gegangen, denn nur so lässt sich die ziemlich verbreitete Ansicht, dass das Buschel überhaupt kein bestimmtes Mass sei, sondern in der Grösse je nach der Art des zu messenden Materials schwanke, erklären. Diese Ansicht ist natürlich falsch, aber sie beweist eben, wie wenig verständlich das englische Massystem ist. Nun wurde mir von wissbegierigen Leidensgefährten öfters

die Frage vorgelegt: Was ist denn eigentlich ein Buschel? Eine Frage, die ich nicht beantworten konnte, da ich mir dieselbe häufig genug selbst vorgelegt hatte, ohne die Antwort zu wissen. Die unfreiwillige Musse der Internierung benützte ich nun, mir einmal Klarheit über diese Frage zu schaffen und zwar fasste ich das Problem zunächst derart an, dass ich mir die Vorfrage stellte: Welche Seitenlänge in englischem Zoll muss ein Würfel haben, damit sein Inhalt 1 Buschel von 2218.3 engl. Kubikzoll ist? Die Antwort auf diese Frage ist natürlich einfach genug, da die Kubikwurzel aus 2218.3 den gesuchten Wert darstellen muss. Die Kubikwurzel aus 2218.3 ist aber 13.042; also wird ein Würfel von 13.042 engl. Zoll Seitenlänge einen Inhalt von 2218.3 engl. Kubikzoll haben, d. h. ein Buschelwürfel darstellen.

Wenn man nun 8 solcher Buschelwürfel nimmt, so ist es klar, dass man aus denselben einen andern Würfel aufbauen kann, welcher die doppelte Seitenlänge des Buschelwürfels, nämlich 26.084 engl. Zoll und sein 8faches Volum, nämlich 17 746.4 engl. Kubikzoll, haben wird. Das ist der Quarterwürfel, denn 8 Buschel sind ja ein Quarter.

Ein Quarter ist, wie der Name besagt, ein Viertel. Nimmt man nun 4 solche Quarterwürfel, um das Ganze zu bilden, so sieht man ohne weiteres, dass diese 4 Quarterwürfel die Hälfte eines Würfels von 52.168 engl. Zoll Seitenlänge darstellen. Um den Würfel zu vollenden, müsste man also 8 Quarterwürfel aufeinander bauen. Das Quarter ist also ein Achtel eines hypothetischen Würfels, aber das Viertel eines hypothetischen Prismas, das 52.168 engl. Zoll Länge, 52.168 engl. Zoll Breite und 13.042 engl. Zoll Höhe hat, und 32 Buschel enthält.

Die Ableitung des Buschels aus einem hypothetischen Ganzen, das eigentlich 64 Buschel oder 8 Quarter halten sollte und durch einen Würfel von 52.168 engl. Zoll Seitenlänge dargestellt wird, war also klar. Damit war aber immer noch nicht die Frage beantwortet: Wie ist man dazu gekommen, einen Würfel von der irrationalen Seitenlänge 52.168 engl. Zoll zu konstruieren, von dem $^1/_8$ das Quarter und $^1/_{64}$ das Buschel darstellt?

Nun erinnerte ich mich, irgendwo einmal gelesen zu haben, dass das Quarter seinen Ursprung in einem ägyptischen Hohlmass haben sollte, aber meine Kenntnis der einschlägigen, namentlich der ägyptischen, Literatur war zu unzulänglich, als dass ich mir hätte Aufklärung verschaffen können. Gerade während ich mit dieser Frage beschäftigt war, fiel mir Max Eyths Roman: „Der Kampf um die Cheops-Pyramide" (3. Auflage 1908) in die Hände. Auf Seite 436 lässt nun Eyth seinen Rev. Thinker sagen: „das älteste und grösste anglo-sächsische Getreidemass ist das „Quarter", das Viertel, dessen Einheit, soweit Menschen wissen, nie im Gebrauch war, während der Sprachgebrauch die Bezeichnung „Quarter" noch heute auf diese Einheit hinweist; vier engl. Quarter sind aber genau der Inhalt der granitenen Truhe in der grossen Pyramide".

Wenn also das Quarter dem vierten Teil des Volums der Steintruhe in der Cheops-Pyramide entspricht, so muss, so folgerte ich, das Buschel

der 32. Teil ihres Volumens sein. Ist dem so, so schloss ich weiter, dann müssen die Dimensionen der Steintruhe in einem harmonischen Zusammenhang mit der Länge des Buschel resp. Quarterwürfels stehen. Mit andern Worten, die Längen 13.042 resp. 26.084 engl. Zoll müssen in irgend einem rationalen Verhältnis zu den linearen Abmessungen der Steintruhe stehen.

Leider besitze ich keinerlei Literatur, aus der ich die Abmessungen der Steintruhe hätte entnehmen können und ich bin einzig und allein auf Eyth angewiesen. Nach Eyth betragen die Innenmasse der Steintruhe:

Länge	77.85	altägyptische	Zoll
Breite	26.70	„	„
Höhe	34.31	„	„

Eyth hebt an einer andern Stelle hervor, dass unter den vielen Messungen, welche von der Steintruhe gemacht wurden, keine zwei übereinstimmen, und er meint weiter, dass die angegebenen Abmessungen von Piazzi Smyth nur nach sorgfältigster Prüfung als richtig anerkannt wurden. Weiter sagt Eyth auf S. 435: „Die genauste Prüfung ihrer (nämlich der Steintruhe) Abmessungen war um so dringender geboten, als nichts in diesen Massen mit dem Pyramidenmeter oder-Zoll in einfacher Weise übereinstimmte".

Wie schwer sich Eyth gerade in dieser Hinsicht getäuscht hat, werden wir sofort sehen. Es ist mir nur nicht ganz klar, ob die obigen Masse als Durchschnittsmasse anzusehen sind, die aus einer Anzahl mehr oder minder verlässlicher Messungen abgeleitet sind, oder ob dieselben eine bestimmte Messung darstellen, die nach Prüfung aller Begleitumstände als die verlässlichste angenommen wurde. Mir fehlen alle literarischen Hilfsmittel, die eine Nachprüfung der Eyth'schen Angaben ermöglichten, die um so notwendiger wäre, als dieselben wahrscheinlich noch einen Druckfehler enthalten insofern, als die Länge nicht 77.85 Zoll, sondern 78.75 Zoll sein sollte. Nun fiel mir unter diesen Massen sofort die Übereinstimmung der Breite (26.70 ägypt. Zoll) mit der Seitenlänge des Quarterwürfels (26.084 engl. Zoll) auf. Ferner erschien es mir kaum als Zufall, dass, wenn man unter Vernachlässigung der Dezimalen die Breite mit rund 26 engl. Zoll annimmt, dieselbe, 3mal genommen, die Länge ergibt, wenn man dieselbe zu 78 engl. Zoll ansetzt.

Man kann also, so folgerte ich, drei Quarterwürfel von 26.084 Zoll Seitenlänge nebeneinander in die Steintruhe stellen. Diese 3 Quarterwürfel werden die Truhe in der Länge und Breite, aber nicht in der Höhe vollkommen ausfüllen. Es wird noch ein freier Raum übrig bleiben, dessen Masse 78.75 Zoll Länge, 26.70 Zoll Breite und rund 8 Zoll Höhe sein werden, der daher ein tafelförmiges Prisma darstellt. Wenn somit die Truhe tatsächlich 4 Quarter enthält, so muss der Inhalt dieses Raumes 17 746.4 Kubikzoll, d. h. ein Quarter sein, oder doch allerwenigstens ein Volum, das diesem sehr nahekommt, haben. Die Berechnung ergab jedoch eine

so grosse Differenz, dass dieser Raum unmöglich als Quarter angesehen werden konnte.[1])

Man beachte nun, wie das Problem sich gestaltete: Der Inhalt der Truhe soll genau 4 Quarter sein; stellt man aber 3 Quarterwürfel in die Truhe, so ist der übrigbleibende Raum nicht 1 Quarter, wie man doch von vornherein erwarten sollte, sondern er ist erheblich kleiner. Um also dem übrigbleibenden Raum das gleiche Volum zu geben, wie jenes der drei Quarterwürfel ist, muss man entweder die Höhe der Steintruhe vergrössern, oder die Höhe der Quarterwürfel verkürzen.

Verkürzt man die Höhe der Quarterwürfel, dann sind es aber keine Würfel mehr, sondern nur würfelähnliche Prismen, die ein bestimmtes Volumen haben, also wäre dieser Weg von vornherein ausgeschlossen. Es blieb also nur der zweite Ausweg, die Höhe zu vergrössern, übrig. Bei der stark beschädigten Oberkante der Steintruhe war immerhin mit der Möglichkeit zu rechnen, dass die Höhe von 34.10 ägypt. Zoll zu gering sei, aber mir wollte diese Annahme doch nicht einleuchten. Einmal hätte man die Höhe um beinahe einen Zoll vergrössern müssen, um das richtige Volumen zu erhalten; nun mögen Irrtümer in den Dezimalstellen vorkommen, es ist aber sehr wenig wahrscheinlich, dass alle Messungen um einen so hohen Betrag, wie ein Zoll, zu klein waren; zweitens aber war mir aufgefallen, dass die Dimensionen des übrigbleibenden Raumes, dessen Inhalt 1 Quarter sein sollte, die in runden Zahlen $78 \times 26 \times 8$ ägypt. Zoll sind, ungefähr das Verhältnis 9 : 3 : 1 darstellen. Das Verhältnis ist zwar keineswegs genau, ich konnte mich aber des Gedankens nicht entschlagen, dass dies kein Zufall sei, sondern dass in der Tat die Absicht, die Dimensionen im Verhältnis 9 : 3 : 1 zu gestalten, vorlag.

Das Problem lag also so: einerseits sprachen gewichtige Gründe gegen eine Vergrösserung der Höhe, andererseits war eine Verkürzung der Höhe der Quarterwürfel ausgeschlossen, und damit schien es, als ob die ganze Frage auf einem toten Punkt, über den es kein Hinwegkommen gab, angelangt sei. Da versuchte ich einmal mit der Zahl π zu operieren, und siehe da, der Versuch gelang in so überraschender Weise, dass das Resultat alle Erwartungen übertraf. Nicht nur konnte das ursprüngliche Problem restlos gelöst werden, soweit man wenigstens bei Operationen mit der Zahl π von restlos sprechen kann, sondern es ergaben sich ausserdem eine solche Fülle von neuen, hochinteressanten Problemen, dass das Ursprüngliche vollkommen in den Hintergrund rückte. Darum ist die Untersuchung über den Ursprung des Buschels weit über ihren anfänglichen Rahmen hinausgewachsen, und hat schliesslich in Regionen geführt, an die ich zu Beginn meiner Studien nicht im entferntesten gedacht habe. Wenn mir jemand gesagt haben würde, dass eine einfache Untersuchung über den Ursprung

[1]) Eine genaue Ausrechnung hat deswegen keinen Zweck, weil man die englischen Masse in ägyptische Masse umrechnen müsste, die Differenz aber bei der grossen Ähnlichkeit des englischen Zolles mit dem ägyptischen ausserordentlich geringfügig wäre. Die ungefähre Berechnung ergibt, dass das Volum zwischen 16 821 und 16 629 englischen Kubikzoll liegt, also eine ganz erhebliche Abweichung gegen das Volum des Quarters zeigt.

eines obskuren Getreidehohlmasses den Nachweis erbringen würde, dass das modernste aller Längenmasse, das Meter, eigentlich nichts anderes, als eine etwas modifizierte alt-ägyptische Elle ist, oder zum Nachweis der Quadratur des Zirkels, oder zur Entdeckung der merkwürdigen Faktorenreihen, oder zur Aufstellung einer allgemeinen Formel, aus welcher alle Elemente der Planeten abgeleitet werden können, führen und schliesslich mit der Hypothese eines Weltgesetzes, das alles beherrscht, das unendlich Grosse (Planeten), wie das unendlich Kleine (Atome), enden würde, so würde ich eine solche Behauptung als Hirngespinst belächelt haben. Aber dennoch ist dem so. Eines führte zum andern, immer und immer wieder ergaben sich neue Ausblicke, und so habe ich schliesslich die Überzeugung gewonnen, dass dieses Buch keineswegs abschliessend ist. Ich habe höchstens einen verschwindend kleinen Teil der Probleme, die mit der Cheops-Pyramide verknüpft sind, gelöst. Vielfach habe ich die Art der Probleme nur andeuten können und es muss besseren Mathematikern, als ich es bin, überlassen bleiben, die Lösung zu finden.

II. Berechnungen der Dimensionen der Steintruhe.

1. Berechnung der Länge.

Aus den vorhergehenden Darlegungen geht hervor, dass die Abmessungen der Steintruhe recht unsichere Werte waren, mit denen niemand etwas Rechtes anzufangen wusste. Wir haben hierfür als bestes Zeugnis die Äusserungen Eyth's, dass nichts in denselben auf die ägyptische Elle oder Zoll hindeute. Ich sehe nun in den nachfolgenden Berechnungen vollkommen von den modernen Längenmassen ab, und betrachte zunächst einmal die rein abstrakte Zahl, die wir ja schliesslich benennen können wie wir wollen. Multipliziert man die Zahl π mit 25, so haben wir

$$25 \times \pi = 25 \times 3.141\,592\,653\,5\ldots = 78.539\,816\,339\,7\ldots$$

Wenn wir diesen Wert ägyptischen Zoll nennen, so stimmt derselbe nahezu mit der durch tatsächliche Messung ermittelten Länge der Steintruhe in der Cheops-Pyramide überein, wenn deren Länge mit 78.75 ägypt. Zoll angesetzt wird. Die Differenz ist so unbedeutend, nämlich: 0.210 183 661 3..... Zoll, d. h. weniger als $^1/_4$ Zoll, dass wir dieselbe füglich vernachlässigen können.

Man wird nun fragen, wie ich auf die Zahl 25, die man auch 5^2 schreiben kann, gekommen bin. Die Antwort ist: zunächst durch Probieren. Zuerst dividierte ich die Länge von 78.75 ägypt. Zoll durch π und fand, dass der Quotient der Zahl 25 sehr nahe kommt, dann erinnerte ich mich daran, dass die ägypt. Elle in 25 Zoll geteilt wird und hieraus zog ich den weiteren Schluss, dass 25 und keine andere Zahl diejenige sein muss, die mit π multipliziert, die Länge der Steintruhe ergibt.

Wir haben also:

Länge der Steintruhe: $= \pi = 3.141\,592\,653\,5\ldots\ldots$ Ellen
$= \pi.25 = 78.539\,816\,339\,7\ldots\ldots$ Zoll.

Hieraus folgt, dass, da π ein unendlicher Dezimalbruch ist, die Länge der Steinkiste aber, als eine materielle Grösse, einen konkreten Wert darstellen muss, dieser Wert, so wie er durch die Länge der Steintruhe zum Ausdruck gebracht wird, nur ein Näherungswert sein kann. Damit ist für die Geschichte der Mathematik die bedeutsame Tatsache nachgewiesen, dass bereits vor mehr als 4000 Jahren ägyptische Mathematiker den Begriff des Näherungswertes kannten und praktisch verwerteten. Es mag bereits hier die Ansicht ausgesprochen sein, dass die ganze Cheops-Pyramide in allen ihren Abmessungen nichts anderes darstellt als Näherungswerte unendlicher Zahlen. Hat man sich daran gewöhnt, das Problem in dieser Form aufzufassen, so erscheint es nicht absonderlich, die Dimensionen eines Prismas oder einer Pyramide durch algebraische Werte unendlicher Zahlen darzustellen. Die Unendlichkeit der Werte ist der rein abstrakte Begriff, der praktisch darstellbare physische Wert wird durch den Näherungswert gegeben, dessen Genauigkeit selbstverständlich von der physischen Möglichkeit, sehr kleine Werte darzustellen, abhängt.

In dieser Hinsicht sind wir ja heutzutage sehr weit fortgeschritten, wie die bei optischen Untersuchungen verwendeten Beugungsgitter beweisen, aber hier wird ja im wesentlichen nur eine Linie geteilt. Wie weit die Genauigkeit selbst mit unsern modernen Hilfsmitteln gehen würde, wenn es sich darum handeln würde, die Grösse von $3.141\,592\,653\,5\ldots\ldots$ Ellen als Innenlänge eines ausgehöhlten Granitblockes darzustellen, vermag ich nicht zu sagen. Bei aller Achtung vor der ungemeinen Sorgfalt und Genauigkeit der ägyptischen Arbeit glaube ich aber kaum, dass es möglich war, eine so kleine Grösse wie ein Zehntausendstel Zoll zum Ausdruck zu bringen. Selbst ein Tausendstel Zoll ist kaum mehr als eine Haarbreite. Aber nehmen wir einmal an, es wäre den ägyptischen Steinmetzen möglich gewesen, bis auf eine so geringe Grösse genau zu arbeiten, so wäre die denkbar mögliche, praktische Länge der Steintruhe 78.539 ägyptische Zoll. Nun wäre aber auf Zehntausendstel Zoll die Länge der Steintruhe 78.5398, also nur $0.000\,184\,662\,4\ldots$ Zoll weniger als 78.54 Zoll. Der Fehler, der begangen wurde, wenn die Länge der Steintruhe 78.54 Zoll gemacht wurde, beträgt also weniger als 2 Hunderttausendstel eines Zolles, d. h. eine praktisch gar nicht mehr darstellbare Grösse, wobei immer in Betracht zu ziehen ist, dass die physischen Werte nur der praktische Ausdruck unendlicher Grössen sind. Es ist meiner Ansicht nach ziemlich sicher, dass die tatsächliche Länge der Steintruhe 78.54 altägypt. Zoll beträgt, denn ein Hundertstel eines Zolles konnte wohl noch praktisch dargestellt werden. Ist diese Ansicht richtig, so begreift man auch, warum bei Nachmessungen so viele abweichende Werte erhalten wurden, dass keine zwei Messungen übereinstimmten. (Eyth a. a. O.) Alle diese Messungen wurden jedenfalls mit Zollstock oder Messband ausgeführt, aber die Schwierigkeit im Dunkel der Kammer, mit gewöhnlichen Messwerkzeugen bis auf ein Hundertstel

Zoll genau zu messen, kennt jeder, der ähnliche Messungen ausgeführt hat. Die Verschiedenheit der Messungen darf uns darum nicht in Erstaunen versetzen, denn das Gegenteil, eine Übereinstimmung, wäre viel erstaunlicher. Natürlich folgt aus dieser Annahme, dass wenn man die Längen der Kiste mit einem Masstab, der in ägypt. Ellen geteilt ist, messen würde, dieselbe 3.1416 Ellen sein müsste, da $\frac{78 \cdot 54}{25} = 3.1416$ ist. Möglicherweise beträgt also die Länge 3.141, vielleicht 3.142 ägypt. Ellen.

Jedenfalls sehen wir, dass der Bruch $\frac{78.54}{25}$ den allgemein angenommenen Näherungswert der Zahl π darstellt, es würde also, wenn man die Länge der Kiste mit einem in Ellen geteilten Masstab misst, der erhaltene Wert den Näherungswert der Zahl darstellen, der bei praktischen Berechnungen zu Grunde gelegt wird und der nur um $0.000\,007\,346\,1\ldots\ldots$ zu hoch ist.

2. Berechnung der Breite.

Die Berechnung der Breite ist nunmehr eine höchst einfache Sache. Unter der Voraussetzung, dass 3 Würfel der Länge nach in die Truhe gehen, muss die Breite ein Drittel der Länge sein. Wir haben denn:

$$\text{Breite der Steintruhe} = \frac{\pi}{3} = \frac{3.141\,592\,653\,5\cdots}{3} = 1.047\,197\,551\,1\ldots \text{ Ellen}$$

$$= \frac{\pi \times 25}{3} = \frac{78.539\,816\,339\,7\cdots}{3} = 26.197\,938\,779\,9\ldots \text{ Zoll.}$$

Wir sehen also, dass dieser rein theoretisch berechnete Wert ebenfalls ganz vortrefflich mit der durch Messungen ermittelten Breite von 26.70 Zoll übereinstimmt. Die Übereinstimmung wäre noch grösser, wenn man annehmen dürfte, dass die Breite 26.07 Zoll und nicht 26.70 Zoll wäre.

3. Berechnung der Höhe.

Erheblich schwieriger gestaltet sich die Berechnung der Höhe. Zieht man nämlich einfach den berechneten Wert: $26.179\,938\,779\,9\ldots$ Zoll als Höhe des Quadratwürfels von der gemessenen Höhe (Tiefe), nämlich 34.31 Zoll ab, so bleibt ein Rest von 8.131 Zoll übrig. Dieser Wert passt nun gar nicht zu den andern Dimensionen, aber dennoch wird es uns immer klarer, dass er sich in irgend einer Weise diesen anpassen muss, denn das Verhältnis:

$$78.539\,816\ldots : 26.179\,938\ldots : 8.131$$

kommt dem Idealverhältnis

$$9 : 3 : 1$$

immer näher.

Nach längeren tastenden Versuchen stellte ich fest, dass dies Verhältnis genau erreicht wird, wenn man den übrigbleibenden Teil der Höhe (Tiefe) mit $8.333\,333\ldots$ Zoll ansetzt. Wir sehen nun, dass, da $8.333\,333\ldots = \frac{25}{3}$ ist, die Höhe des übrigbleibenden Raumes genau $^1/_3$ Elle ist, dass wir

also, wenn die Höhe in Ellen ausgedrückt werden soll, zu der Höhe des Quarterwürfels in Ellen, welche durch den Wert $\frac{\pi}{3} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$ Ellen dargestellt wird, noch $^1/_3$ Elle addieren müssen, um den richtigen Wert der Höhe zu erhalten. Wir haben also:

$$\text{Höhe der Steintruhe} = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} = 1.047\,197\,551\,1\ldots + 0.333\,333 = 1.380\,530\,884\,4\ldots \text{ Ellen}$$

$$= \left(\frac{\pi \times 25}{3}\right) + \frac{25}{3} = 26.179\,938\,779\,9\ldots + 8.333\,333\ldots = 34.513\,272\,113\,2\ldots \text{ Zoll.}$$

Der erhaltene Wert 34.513 272 113 2... Zoll stimmt ebenfalls sehr gut mit dem gemessenen Wert 34.31 Zoll überein.

4. Zusammenfassung.

Damit hätten wir also die drei Hauptdimensionen der Steintruhe in der Cheops-Pyramide auf rein theoretischem Wege ganz genau ermittelt und zwar aller Wahrscheinlichkeit nach viel genauer, als dieselben jemals durch Messung festgestellt wurden. In der nachfolgenden Tabelle habe ich nun die auf theoretischem Wege ermittelten Werte den gemessenen Werten gegenübergestellt, wobei mir allerdings keine andern Werte als die von Eyth zitierten zur Verfügung standen.

Dimensionen der Steintruhe in der Cheops-Pyramide.

	Theoretisch berechnete Werte		Gemessene Werte
	Ellen	Zoll	Zoll
Länge	3.141 592 653 5...	78.539 816 339 7...	77.85 (78.75) ?
Breite	1.047 197 551 1...	26.179 938 779 9...	26.70 (26.07) ?
Höhe	1.380 530 884 4...	34.513 272 113 2...	34.31

Aus diesen Werten könnten wir nun ohne weiteres den Inhalt der Steintruhe und das Volum des Quarters resp. Buschels mit der grössten Genauigkeit berechnen, und damit wäre die ursprünglich gestellte Frage beantwortet. Es wird aber dem aufmerksamen Leser nicht entgangen sein, dass, wenn sich die Dimensionen der Steintruhe durch π ausdrücken lassen, das Problem ein viel allgemeineres ist, als sich anfangs vermuten liess. Ebenso deuten die bisherigen Darlegungen darauf hin, dass sich der Inhalt der Steintruhe nicht so ohne weiteres in vier gleiche Teile, die Quarter genannt werden, zerlegen lässt. Die Art und Weise, in welcher die Höhe (Tiefe) aufgebaut ist, macht eine ungleichartige Zweiteilung sehr wahrscheinlich. Damit geht Hand in Hand eine Dreiteilung, so dass also eine Sechsteilung ganz besonderer Art vorzuliegen scheint.

Es wird sich also empfehlen, das ganze Problem einmal anders anzufassen und zwar von einem ganz allgemeinen Standpunkt auszugehen und hieraus die Spezialfälle abzuleiten. Die vorhergehenden Darlegungen sind also gleichsam als Einleitung zu den nachfolgenden Betrachtungen aufzufassen und sie dienten wesentlich dem Zwecke, zu zeigen, auf welchem Wege ich zu den vielen merkwürdigen Resultaten des Buches gelangte.

III. Theoretische Untersuchung der Werte, welche die Dimensionen der Steintruhe darstellen.

1. Allgemeine algebraische Werte.

Ganz allgemein können wir die Dimensionen der Steintruhe als Grössen ansehen, welche durch die Zahl π oder Bruchteile derselben dargestellt werden. In ihrer praktischen Form, so wie diese Grössen uns als sinnliche Werte in der Steintruhe zum Ausdruck gebracht werden, sind die-

Die Steintruhe in der sog. Königskammer der Cheops-Pyramide.

Fig. 1.

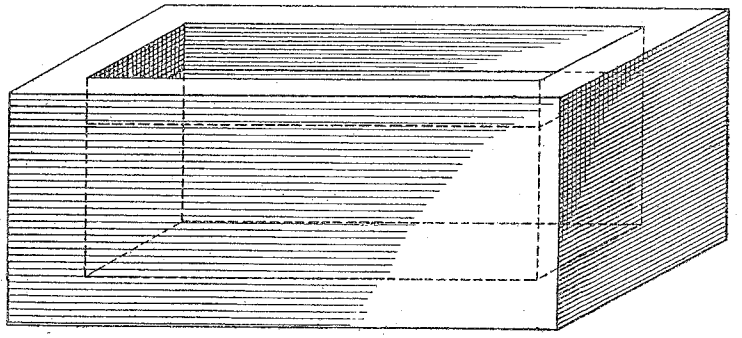
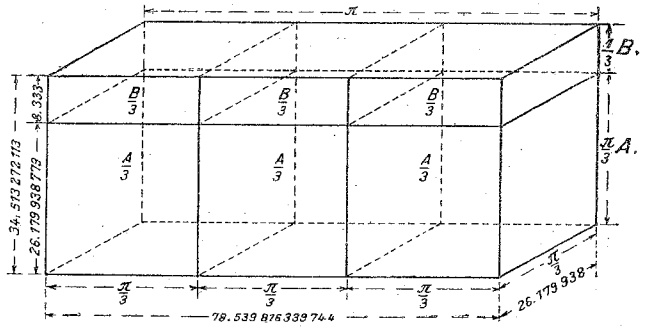


Fig. 1 a.



selben Näherungswerte eines bestimmten Längenmasses, nämlich der ägyptischen Elle.

Setzen wir nun ganz allgemein den Wert der Seitenlänge gleich $p\,\pi$, wo p irgend eine beliebige rationale oder irrationale Zahl bedeutet, so können wir die Dimensionen folgendermassen schreiben:

Allgemeine algebraische Werte der Dimensionen der Steintruhe:

Länge	$= p\,\pi$	$= p \times 3.141\,592\,653\,5\ldots$
Breite	$= p\,\pi\,3^{-1}$	$= p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$

$$\text{Höhe} = p\ (\pi\, 3^{-1} + 3^{-1}) = p \times 1.380\,553\,884\,4\ldots$$
$$\text{Inhalt}^{1)} = p^3\,(\pi^3 + \pi^2)\ 3^{-2} = p^3 \times 4.591\,764\,564\,5\ldots$$

Aus der Formel, durch welche der Inhalt ausgedrückt wird, geht ohne weiteres hervor, dass sich derselbe als Summe zweier ungleichartiger Teilkörper[2]), die wir A und B nennen wollen, auffassen lässt. Es ist:

$$\text{Der Inhalt des Teilkörpers } A = p^3\,\pi^3\,3^{-2} = p^3 \times 3.445\,141\,853\,3\ldots$$
$$\text{„ „ „ „ } B = p^3\,\pi^2\,3^{-2} = p^3 \times 1.096\,622\,711\,2\ldots$$

Man sieht nun auf den ersten Blick, dass die Volumina dieser beiden Körper sich verhalten wie $\pi : 1$; es besteht also die Proportion $A : B = \pi : 1$.

Mit andern Worten: fasse ich das Volum des Körpers B als Volumeinheit auf, so ist dasjenige des Körpers A, $\pi = 3.141\,592\ldots$ mal so gross.

Die Berechnung der Dimensionen der beiden Teilkörper ist nun sehr einfach. Wir haben:

Allgemeine Werte der Dimensionen der Teilkörper A und B.

	Teilkörper A	Teilkörper B
Länge	$p\,\pi = p \times 3.141\,592\,653\,5\ldots$	$p\,\pi = p \times 3.141\,592\,653\,5\ldots$
Breite	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Höhe	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$p\,\pi^0\,3^{-1} = p \times 0.333\,333\,333\,3\ldots$
Inhalt[1])	$p^3\pi^3\,3^{-2} = p^3 \times 3.445\,141\,853\,3\ldots$	$p^3\pi^2\,3^{-2} = p^3 \times 1.096\,622\,711\,2\ldots$

Ich habe nun in den obigen Werten in der Höhe des Teilkörpers B den Wert $\pi^0 = 1$ eingeführt, da auf diese Weise der Aufbau der Dimensionen besser zum Ausdruck gelangt, als wenn man einfach $p\,3^{-1}$ schreibt. Bei dieser Gelegenheit möchte ich bemerken, dass bei den Operationen mit π der Wert π^0 sehr häufig eingeführt werden muss, wenn der Zusammenhang der einzelnen Werte klar zum Ausdruck gebracht werden soll. Ich habe nun oben erwähnt, dass neben der Zweiteilung, wie sie in den Körpern A und B ausgedrückt ist, eine Dreiteilung in der Länge der Steintruhe zu bestehen scheint. Führen wir diese Dreiteilung durch, so sind die Werte wie folgt:

Allgemeine Werte der Dimensionen der Teilkörper $\frac{A}{3}$ (Quarter) und $\frac{B}{3}$.

	Teilkörper $\frac{A}{3}$ (Quarter)	Teilkörper $\frac{B}{3}$
Länge	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Breite	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Höhe	$p\,\pi\,3^{-1} = p \times 1.049\,197\,551\,1\ldots$	$p\,\pi^0 3^{-1} = p \times 0.333\,333\,333\,3\ldots$
Inhalt[3])	$p^3\pi^3 3^{-3} = p^3 \times 1.148\,380\,617\,7\ldots$	$p^3\pi^2 3^{-3} = p^3 \times 0.365\,540\,903\,7\ldots$

[1]) Kubikmass.

[2]) Die Richtigkeit dieser Auffassung wird durch eine sehr merkwürdige Angabe in der 3. Auflage von Eyths Roman Bd. I, S. 415 gestützt. Hier sagt Eyth: „Nahe der schwerverletzten Kante des Hohlraumes, die keine sehr genauen Masse zu nehmen erlaubte, befindet sich eine scharfe Kerbe". Sollte diese Kerbe die hier vertretene Ansicht von der ungleichartigen Zweiteilung der Steintruhe markieren? (Siehe Fig. 1.)

[3]) Kubikmass.

Nun entspricht der Teilkörper $\frac{A}{3}$ dem Quarter und demnach sind die obigen Masse die Dimensionen des Quarterwürfels. Hieraus lassen sich die Dimensionen des Buschelwürfels, da ja dessen Seitenlänge die halbe Seitenlänge des Quarterwürfels ist, mit Leichtigkeit berechnen. Es sind:

Allgemeine Werte der Dimensionen des Buschelwürfels $\frac{A}{24}$.

$$\text{Länge} = p\,\pi\,3^{-1}\cdot 2^{-1} = p\,\pi\,6^{-1} = p \times 0.523\,598\,775\,5\ldots$$
$$\text{Breite} = p\,\pi\,3^{-1}\cdot 2^{-1} = p\,\pi\,6^{-1} = p \times 0.523\,598\,775\,5\ldots$$
$$\text{Höhe} = p\,\pi\,3^{-1}\cdot 2^{-1} = p\,\pi\,6^{-1} = p \times 0.523\,598\,775\,5\ldots$$
$$\text{Inhalt} = p^3\pi^3 3^{-3}\cdot 2^{-3} = p^3\pi^3 6^{-3} = p^3 \times 0.143\,545\,077\,2\ldots$$

Hieraus geht hervor, dass die Seitenlänge eines Buschelwürfels durch die Multiplikation des Produktes $\pi \cdot 6^{-1}$ mit einem noch näher zu bestimmenden Koëffizienten p erhalten wird. Diesen Koëffizienten p können wir mit Leichtigkeit für das moderne Buschel bestimmen, denn es muss die Gleichung bestehen

$$p\,\pi^1\,6^{-1} = 13.042\ldots$$

also $\quad p = 13.042\ldots \times \pi^{-1}\cdot 6$

oder $\quad p = 24.908\,3\ldots$

Ich werde diesen Punkt in dem Abschnitt „Ur-Quarter und modernes Quarter" ausführlicher besprechen. An dieser Stelle genügt der Hinweis.

Selbstverständlich können wir auch die Werte für das Durchschnittsquarter und das Durchschnittsbuschel bestimmen. Es ist, wenn wir das Volumen der Truhe mit v bezeichnen, der Inhalt des Durchschnittsquarters gleich $\frac{v}{4}$ und derjenige des Durchschnittsbuschels gleich $\frac{v}{32}$, also hätten wir:

Allgemeine Werte für den Inhalt des Durchschnittsquarters und Durchschnittsbuschels.

$$\text{Durchschnittsquarter } \frac{v}{4} = p^3\,(\pi^3 + \pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-2} = p^3 \times 1.135\,441\,141\,6\ldots$$

$$\text{Durchschnittsbuschel } \frac{v}{32} = p^3\,(\pi^3 + \pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-5} = p^3 \times 0.141\,930\,142\,6\ldots$$

Aus diesen Werten erhalten wir wiederum die allgemeinen Werte für die Seitenlänge der Quarter resp. Buschelwürfel, durch Radizieren. Es sind:

Allgemeine Werte der Seitenlänge des Durchschnittsquarter- und Durchschnittsbuschelwürfels.

Seitenlänge des Durchschnittsquarterwürfels =

$$= p\left[(\pi^3 + \pi^2)\ 3^{-2}\,2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = p \times 1.043\,250\ldots$$

Seitenlänge des Durchschnittsbuschelwürfels =

$$= p\left[(\pi^3 + \pi^2)\ 3^{-2}\, 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = p \times 0.521\,625\ldots$$

Nunmehr sind wir in der Lage, für jeden beliebigen Wert von p die Werte der Dimensionen eines Körpers zu berechnen, welcher die in der Steintruhe der Cheops-Pyramide niedergelegten Bedingungen erfüllt, nämlich die, dass die Breite gleich ein Drittel der Länge ist und dass derselbe sich in zwei Teilkörper zerlegen lässt, deren Volumina im Verhältnis $1 : \pi$ stehen. Es ist nun vollkommen gleichgültig, welchen Wert wir für p einsetzen, auf der andern Seite aber hängt die Benennung der erhaltenen Werte davon ab, welchen Wert wir für p wählen.

Setzt man nun in den obigen Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} p = 1, \\ p = 25 \\ p = \dfrac{2}{\pi} = 0.636\,619\,772\,3\ldots \\ p = 25 \cdot 0.064\,034\,75\ldots \end{array}\right\} \text{ so erhält man die Dimensionen der Steintruhe in } \left\{\begin{array}{l} \text{ägypt. Ellen,} \\ \text{ägypt. Zoll,} \\ \text{Meter,} \\ \text{engl. Zoll.} \end{array}\right.$$

Aus diesen Werten für p geht nun hervor, dass, da $p = 1$ die allereinfachsten Werte gibt, die Dimensionen der Steintruhe aller Wahrscheinlichkeit nach in Ellen ausgedrückt sind. Wenn der Leser aber fragt, wie ich darauf gekommen bin, die Dimensionen der Steintruhe in Meter auszudrücken, dadurch, dass ich p gleich $\frac{2}{\pi}$ setze, so bitte ich ihn, sich einstweilen zu gedulden und die Tatsache hinzunehmen, oder aber den Abschnitt: „Meter und ägyptische Elle" zu lesen. Denn ohne den Faden der Darstellung vollkommen zu verlieren, ist es an dieser Stelle unmöglich, zu erklären, wie ich zu dem Koeffizienten $\frac{2}{\pi}$ gekommen bin.

2. Berechnung der Dimensionen der Steintruhe für spezielle Werte von p.

A. Berechnung für den Wert $p = 1$ (ägypt. Ellen).

Setzen wir in den allgemeinen Formeln $p = 1$, so erhalten wir sämtliche Werte in ägypt. Ellen ausgedrückt. Es sind also:

Dimensionen der Steintruhe
(in ägyptischen Ellen und Kubikellen)

Länge	$= \pi$	$= 3.141\,592\,653\,5\ldots$
Breite	$= \pi\, 3^{-1}$	$= 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Höhe	$= \pi\, 3^{-1}$	$= 1.380\,530\,884\,4\ldots$
Inhalt[1])	$= (\pi^3 + \pi^2)\ 3^{-2}$	$= 4.591\,764\,564\,5\ldots$

[1]) Kubikellen.

Mit dieser Feststellung der Dimensionen der Steintruhe gewinnen wir nun eine ganz andere Ansicht von derselben. Noch vor wenigen Jahren konnte Eyth seinen Rev. Thinker sagen lassen: „Die genaueste Prüfung der Abmessungen war umso dringender geboten, als nichts in diesen Massen mit dem Pyramidenmeter oder -zoll in einfacher Weise übereinstimmte."[1]) Welcher Täuschung haben sich diejenigen hingegeben, die eine solche Ansicht mit aller Bestimmtheit aussprachen! Die obigen Werte beweisen, dass gerade das Gegenteil der Fall ist, denn in ihrer einfachsten Form lassen sich die Abmessungen der Steintruhe gerade auf die altägyptische Elle zurückführen. Eine sachliche Überlegung hat den Beweis erbracht, dass die Abmessungen, von denen nicht zwei übereinstimmten,[2]) durch ein verborgenes Gesetz bestimmt sind.

Allerdings bedurfte es einer gewissen Kombinationsgabe, um die Spur aufzufinden, und ich gebe gerne zu, dass ich dieselbe vielleicht nie gefunden hätte, wenn ich nicht das Problem von einer ganz andern Seite angefasst hätte und auf diese Weise durch die Übereinstimmung der Grösse der Seitenlänge des Quarterwürfels mit der Breite der Steintruhe auf den richtigen Weg gelenkt worden wäre.

Nun liegt allerdings eine weitere Frage nahe. Warum wurde als Mass der Länge eine so irrationale Zahl wie $3.141\,592\,653\,5\ldots$ Ellen, also π Ellen gewählt? Es wäre doch wohl viel einfacher gewesen, die Steintruhe 3 Ellen lang, 1 Elle breit und $1\frac{1}{3}$ Elle tief zu machen, namentlich wenn dieselbe nichts anderes als ein gewöhnliches Hohlmass oder gar einen Sarkophag darstellen sollte. Da aber die Abmessungen ganz augenscheinlich irrationale Werte, die in praktischer Form als Näherungswerte erscheinen, darstellen, so kann man den Gedanken, dass hinter diesen irrationalen Zahlen noch etwas ganz anderes steckt als die Absicht, ein Normalgetreidemass zu verewigen, nicht von der Hand weisen. Irgend eine tiefe mathematische Weisheit, die für ausserordentlich wichtig gehalten wurde, sollte durch die Abmessungen der Steintruhe ausgedrückt werden, das steht fest. Soviel kann ich aber bereits schon jetzt sagen, dass es unmöglich gewesen wäre, die erstaunlichen mathematischen Wunder der Steintruhe auszudrücken, wenn die Abmessungen durch ganze Zahlen dargestellt worden wären. Die Absicht, diese mathematischen Probleme in einer dem Kundigen verständlichen Form auszudrücken, war der Grund, warum die Abmessungen der Steintruhe, mit denen niemand etwas anzufangen wusste, als Näherungswerte irrationaler Zahlen dargestellt wurden. Das ist das Geheimnis der Steintruhe in der Cheops-Pyramide.

Betrachten wir nun die Teilkörper A und B, so sind deren Abmessungen in Ellen wie folgt:

[1]) l. c. Bd. I, Seite 415.

[2]) „Lohnt es sich, darauf hinzuweisen, dass von den sämtlichen Masskünstlern, die diese einfache Truhe gemessen haben, nicht weniger als 25 gelehrte Herren von Bellonius im Jahre 1553 bis auf Howard Vyse im Jahre 1837 nicht einer mit einem zweiten übereinstimmte?" — Eyth a. a. O. S. 415.

Dimensionen der Teilkörper A und B
(in ägyptischen Ellen und Kubikellen)

	Dimensionen des Teilkörpers A	Dimensionen des Teilkörpers B
Länge	$= \pi = 3.141\,592\,653\,5\ldots$	$\pi = 3.141\,592\,653\,5\ldots$
Breite	$= \pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$\pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Höhe	$= \pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$\pi^0 3^{-1} = 0.333\,333\,333\,3\ldots$
Inhalt[1])	$= \pi^3 3^{-2} = 3.445\,141\,853\,3\ldots$	$\pi^2 3^{-2} = 1.096\,622\,711\,2\ldots$

Darf ich es bereits jetzt wagen, auf eines der mathematischen Geheimnisse der Steintruhe hinzuweisen? Der algebraische Wert des Inhalts des Teilkörpers B, nämlich $\pi^2 3^{-2}$ stellt, wenn man denselben rein arithmetisch und nicht als Kubikellen betrachtet, den algebraischen Wert von 3 Seitenlängen der Cheops-Pyramide dar, der mit 10^3 multipliziert deren absoluten Wert in Ellen ergibt.

Die Berechnung der Dimensionen des dritten Teiles dieser Körper, nämlich $\frac{A}{3}$, also (Quarter), und $\frac{B}{3}$ ergibt die folgenden Werte.

Dimensionen der Teilkörper $\frac{A}{3}$ und $\frac{B}{3}$
(in ägyptischen Ellen und Kubikellen).

	Teilkörper $\frac{A}{3}$ (Quarter)	Teilkörper $\frac{B}{3}$
Länge	$= \pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$\pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Breite	$= \pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$\pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$
Höhe	$= \pi\, 3^{-1} = 1.047\,197\,551\,1\ldots$	$\pi^0 3^{-1} = 0.333\,333\,333\,3\ldots$
Inhalt[1])	$= \pi^3 3^{-3} = 1.148\,380\,617\,7\ldots$	$\pi^2 3^{-3} = 0.365\,540\,903\,7\ldots$

Wiederum will ich vorgreifend auf einen Wert von ganz besonderer Bedeutung hinweisen, der niemals darstellbar gewesen wäre, wenn man die Abmessungen der Truhe in ganzen Zahlen ausgedrückt hätte. Dies ist der Wert $\pi^2 3^{-3}$. Derselbe stellt, wenn mit 10^3 multipliziert, als Längenmass die absolute Grösse einer Seitenlänge der Cheops-Pyramide in Ellen dar; multipliziert man denselben mit 10^{12}, so stellt derselbe die absolute Länge eines Viertels der Erdbahn in Ellen dar. Betrachtet man den Wert als Zeitmass[2]), so stellt er die Dauer eines Umlaufs der Erde in Tagen, Stunden, Minuten, Sekunden und Bruchteilen von Sekunden dar.

[1]) Kubikellen.

[2]) Die Erklärung dieser Ausdrücke muss ich auf später verschieben. Es kam mir hier nur darauf an, den Schleier, der auf den mathematischen Geheimnissen der Steintruhe liegt, etwas zu lüften, um den Leser auf das Weitere vorzubereiten.

Man wird jetzt verstehen, warum ich eingangs sagte, dass sich gleich von vornherein die überraschendsten Probleme ergeben. Kaum haben wir die ersten, man möchte sagen tastenden, Versuche gemacht, so tauchen Probleme von so weittragender Bedeutung auf, wie die Länge eines Quadranten der Erdbahn, oder die Umlaufszeit der Erde um die Sonne, dass man sich staunend fragen muss, wie dies überhaupt möglich sei? Diese Probleme werde ich selbstverständlich später ausführlich behandeln. Hier kam es mir nur darauf an, darzulegen, wie meine Untersuchungen einen immer grösseren Umfang annahmen, und schliesslich zur Behandlung von Problemen führten, die mit dem Quarter und dem Buschel direkt nichts zu tun haben.

Betrachten wir nach dieser Abschweifung die Dimensionen des Buschelwürfels, so wie sich dieser aus der Halbierung der Seitenlänge des Quarterwürfels ergibt, so haben wir:

Dimensionen des Buschelwürfels $\frac{A}{24}$
(in ägyptischen Ellen und Kubikellen).

Länge	$= \pi\, 3^{-1} 2^{-1} = \pi\, 6^{-1} = 0.523\,598\,775\,5\ldots$
Breite	$= \pi\, 3^{-1} 2^{-1} = \pi\, 6^{-1} = 0.523\,598\,775\,5\ldots$
Höhe	$= \pi\, 3^{-1} 2^{-1} = \pi\, 6^{-1} = 0.523\,598\,775\,5\ldots$
Inhalt[1])	$= \pi^3 3^{-3} 2^{-3} = \pi^3 6^{-3} = 0.143\,545\,077\,2\ldots$

Weiter ergeben sich für die Dimensionen und den Inhalt des Durchschnittsquarterwürfels und des Durchschnittsbuschelwürfels die folgenden Werte:

Dimensionen des Durchschnittsquarter- und -buschelwürfels
(in ägyptischen Ellen und Kubikellen).

Durchschnittsquarterwürfel $\frac{v}{4}$

Länge	$= \left[(\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = 1.043\,250\ldots$
Breite	$= \left[(\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = 1.043\,250\ldots$
Höhe	$= \left[(\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = 1.043\,250\ldots$
Inhalt[1])	$= (\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-2} = 1.135\,441\,141\,6\ldots$

Durchschnittsbuschelwürfel $\frac{v}{32}$

Länge	$= \left[(\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-5}\right]^{\frac{1}{3}} = 0.521\,625\ldots$
Breite	$= \left[(\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-5}\right]^{\frac{1}{3}} = 0.521\,625\ldots$
Höhe	$= \left[(\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-5}\right]^{\frac{1}{3}} = 0.521\,625\ldots$
Inhalt[1])	$= (\pi^3 + \pi^2)\, 3^{-2} \cdot 2^{-5} = 0.141\,930\,142\,6\ldots$

[1]) Kubikellen.

B. Berechnung für den Wert $p = 25$ (ägypt. Zoll).

Setzen wir $p = 25$, so werden die Dimensionen der Steintruhe in ägyptischen Zoll ausgedrückt. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass man der Kürze halber die in Ellen berechneten Werte mit 25 multipliziert, um die linearen, und mit 25^3, um die Kubikmasse in Zoll zu erhalten. Die Multiplikation mit 25 geschieht natürlich am einfachsten dadurch, dass man die Werte für π oder die Werte in Ellen durch 4 dividiert und mit 100 multipliziert, denn $\frac{100}{4} = 25$.

Dimensionen der Steintruhe in ägyptischen Zoll.

Länge	$= 25\,\pi$	$= 78.539\,816\,339\,7\ldots$
Breite	$= 25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$
Höhe	$= 25\,\pi\,3^{-1} + 25 \cdot 3^{-1}$	$= 34.513\,272\,113\,2\ldots$
Inhalt[1])	$= 25^3\,(\pi^3 + \pi^2)\,3^{-2}$	$= 709\,65.071\,321\,633\,2\ldots$

Wiederum möchte ich auf eine höchst bemerkenswerte Zahl aufmerksam machen. Dividiert man die Länge der Steintruhe in Zoll durch 10^2, bildet also den Wert $\frac{\pi}{4} = 0.785\,398\,163\,397\ldots$, so stellt dieser Wert die Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide dar. Das ist sicherlich ein recht unerwartetes Resultat, denn ich vermute, dass so ohne weiteres niemand auf die Vermutung gelangen würde, dass, als reiner Zahlenwert betrachtet, die Länge der Steintruhe den Zahlenwert der Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide darstellt. Auf diesen Punkt komme ich wieder unten ausführlicher zurück.

Betrachten wir nun die Dimensionen der Teilkörper A und B, so haben wir:

Dimensionen der Teilkörper A und B
(in ägyptischen Zoll und Kubikzoll)

	Dimensionen des Teilkörpers A		Dimensionen des Teilkörpers B	
Länge	$= 25\,\pi$	$= 78.539\,816\,339\,7\ldots$	$25\,\pi$	$= 78.539\,816\,339\,7\ldots$
Breite	$= 25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$	$25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$
Höhe	$= 25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$	$25\,\pi^0 3^{-1}$	$= 8.333\,333\,333\,3\ldots$
Inhalt[1])	$= 25^3\pi^3 3^{-2}$	$= 53\,830.341\,458\,843\,7$	$25^3\pi^2 3^{-2}$	$= 17\,134.729\,862\,789\,5$

Es berechnen sich die Dimensionen der Teilkörper $\frac{A}{3}$ (Quarter) und $\frac{B}{3}$ wie folgt:

[1]) Kubikzoll.

Dimensionen der Teilkörper $\frac{A}{3}$ und $\frac{B}{3}$
(in ägyptischen Zoll und Kubikzoll).

	Teilkörper $\frac{A}{3}$ (Quarter)		Teilkörper $\frac{B}{3}$	
Länge	$= 25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$	$25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$
Breite	$= 25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$	$25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$
Höhe	$= 25\,\pi\,3^{-1}$	$= 26.179\,938\,779\,9\ldots$	$25\,\pi^0 3^{-1}$	$= 8.333\,333\,333\,3\ldots$
Inhalt[1])	$= 25^3\pi^3 3^{-3}$	$= 17\,943.447\,152\,947\,5$	$25^3\pi^2 3^{-3}$	$= 5711.576\,621\,000\,6$

Wiederum möchte ich vorgreifend auf einen höchst bemerkenswerten Ausdruck aufmerksam machen. Rein arithmetisch betrachtet ist

$$\frac{B}{3} \times 10^{-3} = 25^3\pi^2\,3^{-3} \times 10^{-3} = 5.711\,576\,621\ldots$$

der Wert für das spezifische Gewicht der Erde. Auch hier muss ich den Leser auf ein späteres Kapitel verweisen, nur möchte ich noch so viel andeuten, dass wir diesen Wert aus demjenigen, welcher die Umlaufszeit der Erde ausdrückt, nämlich $\pi^2 3^{-3}$ durch Multiplikation mit dem Werte $25^3 10^{-3}$ ableiten können, denn

$$\pi^2\,3^{-3} \times 25^3 10^{-3} = 25^3\,\pi^2\,3^{-3} \times 10^{-3} = 5.711\,576\,621\ldots$$

Aus den Dimensionen des Teilkörpers $\frac{A}{3}$, dem Quarterwürfel, berechnen sich die Dimensionen des Buschelwürfels $\frac{A}{24}$ wie folgt:

Dimensionen des Buschelwürfels $\frac{A}{24}$
(in ägyptischen Zoll und Kubikzoll)

Länge	$= 25\,\pi\,3^{-1} \cdot 2^{-1} = 13.089\,969\,389\,9\ldots$
Breite	$= 25\,\pi\,3^{-1} \cdot 2^{-1} = 13.089\,969\,389\,9\ldots$
Höhe	$= 25\,\pi\,3^{-1} \cdot 2^{-1} = 13.089\,969\,389\,9\ldots$
Inhalt[1])	$= 25^3\pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-3} = 2242.930\,894\,118\,4\ldots$

Die Dimensionen des Durchschnittsquarterwürfels $\frac{v}{4}$ und des Durchschnittsbuschelwürfels $\frac{v}{32}$ berechnen sich aus den obigen Werten wie folgt:

Dimensionen des Durchschnitts-Quarter-$\frac{v}{4}$ und des Durchschnitts-Buschelwürfels $\frac{v}{32}$
(in ägyptischen Zoll und Kubikzoll)

Durchschnittsquarter-Würfel $\frac{v}{4}$

Länge	$= 25\left[(\pi^3 + \pi^2)\,3^{-2} \cdot 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = 26.081\,25\ldots$
Breite	$= 25\left[(\pi^3 + \pi^2)\,3^{-2} \cdot 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = 26.081\,25\ldots$

[1]) Kubikzoll.

$$\text{Höhe} = 25\left[(\pi^3+\pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-2}\right]^{\frac{1}{3}} = 26.081\,25\ldots$$
$$\text{Inhalt}^{1)} = 25^3\,(\pi^3+\pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-2} = 17\,741.267\,830\,408\,3\ldots$$

Durchschnittsbuschel-Würfel $\frac{v}{32}$

$$\text{Länge} = 25\left[(\pi^3+\pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-5}\right]^{\frac{1}{3}} = 13.040\,61\ldots$$
$$\text{Breite} = 25\left[(\pi^3+\pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-5}\right]^{\frac{1}{3}} = 13.040\,61\ldots$$
$$\text{Höhe} = 25\left[(\pi^3+\pi^2)\ 3^{-2}\cdot 2^{-5}\right]^{\frac{1}{3}} = 13.040\,61\ldots$$
$$\text{Inhalt}^{1)} = 25^3\ (\pi^3+\pi^2)\ 3^{-2}\,.\,2^{-5} = 2217.658\,453\,801\,0\ldots$$

Die Berechnungen für die Werte $p = \frac{2}{\pi}$ (Meter) und $p = 25.064\,034\,75\ldots$ (engl. Zoll) werden in der grossen Ausgabe dieses Buches gebracht.

IV. Schluss.

Ich bin mit meinen Untersuchungen über die Steintruhe in der Cheops-Pyramide zu Ende, womit ich aber keineswegs sagen will, dass ich alle in der Steintruhe enthaltenen Probleme enträtselt habe. Ganz im Gegenteil, ich bin vielmehr der Ansicht, dass das Verhältnis $\pi : \frac{\pi}{3} : \left(\frac{\pi}{3}+\frac{1}{3}\right)$, wie dies durch die drei Dimensionen der Steintruhe ausgedrückt wird, noch die verschiedensten Probleme, die mir entgangen sind, enthält. Auf alle Fälle ist aber durch die obigen Untersuchungen ein grosser Schritt vorwärts in der Erkenntnis der wahren Bedeutung der Steintruhe gemacht. Bisher konnte niemand etwas mit den Abmessungen der Steintruhe anfangen. Ich habe nachgewiesen, dass diese Werte sich in ganz einfacher Weise auf die Zahl π zurückführen lassen und daraus folgt, dass die Auffassung, die Steintruhe stelle eine Art Normalgetreidemass oder gar einen Sarkophag dar, keinenfalls richtig sein kann, denn in beiden Fällen wären ihre Abmessungen jedenfalls in ganzen Zahlen und nicht nur in der komplizierten Form als Näherungswerte unendlicher Zahlen dargestellt worden. Die tiefere Bedeutung der Steintruhe liegt in der unverkennbaren Absicht, durch ihre Abmessungen algebraische Werte ganz bestimmter Grössen zum Ausdruck zu bringen. Welche Bedeutung diese Werte hatten, ist eine ganz andere Frage. In erster Linie galt es, den Nachweis zu führen, dass in dem Verhältnis der Abmessungen bestimmte Werte zum Ausdruck gebracht werden sollten, und diesen Nachweis habe ich erbracht und damit den Schleier, der bisher auf der Steintruhe lag, etwas gelüftet.

Wir wissen jetzt, dass durch die Abmessungen der Steintruhe der Wert $\pi^2\,3^{-3}$ zum Ausdruck gebracht wird. Dieser Wert ist aber von der allergrössten kosmischen Bedeutung insofern, als er nicht nur als Zeitmass,

[1]) Kubikzoll.

sondern auch als Längenmass betrachtet, einen kosmischen Wert ersten Ranges darstellt. Als Zeitmass betrachtet stellt $\pi^2\,3^{-3}$ die Dauer eines tropischen Jahres in Tagen, Stunden, Minuten, Sekunden und Dezimalen von Sekunden dar. Als Längenmass betrachtet stellt $\pi^2\,3^{-3}$ mit der entsprechenden Potenz von 10, nämlich 10^{12} multipliziert, die absolute Länge eines Quadranten der Erdbahn in ägyptischen Ellen dar. Aber noch mehr, multipliziert man den Wert $\pi^2\,3^{-3}$ mit $(2.5)^3$, so erhält man einen Wert, welcher das spezifische Gewicht der Erde mit der grössten Genauigkeit darstellt. Das sind so gewaltige Probleme, die in diesen wenigen Worten zum Ausdruck gebracht sind, dass es sich wohl lohnte, die Untersuchungen weiter auszudehnen, um festzustellen, ob nicht am Ende doch eine subjektive Täuschung zu Grunde liegt. Da nun der Wert $\pi^2\,3^{-3}$ mit 10^3 multipliziert, die Seitenlänge der Cheops-Pyramide darstellt, so schien es mir zweckmässig, zunächst einmal die Dimensionen der Cheops-Pyramide zu untersuchen, um festzustellen, inwieweit dieselben ebenfalls durch π ausgedrückt werden können, mit andern Worten, ob dieselben sich ebenfalls aus den Abmessungen der Steintruhe ableiten lassen. Da mag denn schon hier gesagt sein, dass sich diese Ansicht glänzend bestätigt hat, denn der algebraische Wert der zweiten Hauptdimension der Cheops-Pyramide, die Höhe, lässt sich einfach aus dem algebraischen Wert der Seitenlänge $\pi^2\,3^{-3}$ dadurch ableiten, dass man denselben durch $\pi\,2^{-1}$ dividiert, oder was dasselbe ist, mit dem reziproken Wert $\pi^{-1}\,2$ multipliziert und auf diese Weise den Wert $\pi\,3^{-3}\cdot 2$ erhält, der mit 10^3 multipliziert, die absolute Länge der Höhe der Cheops-Pyramide ergibt. Damit steht unwiderleglich fest, dass sich die beiden Hauptdimensionen der Cheops-Pyramide aus den Dimensionen der Steintruhe in Form von algebraischen Werten ableiten lassen, und da nach bekannten mathematischen Gesetzen alle andern Elemente einer quadratischen Pyramide bestimmt werden können, wenn Seitenlängen und Höhe bekannt sind, so ist es klar, dass alle Elemente der Cheops-Pyramide in algebraischer Form durch einfache Werte von π ausgedrückt werden können. Wenn wir, wie ich wieder vorgreifend erwähnen möchte, in Betracht ziehen, dass der algebraische Wert der Höhe der Cheops-Pyramide mit 10^{12} multipliziert, die absolute Länge der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen darstellt, so ist ohne weiteres klar, dass in dem Verhältnis $\pi : \frac{\pi}{3} : \left(\frac{\pi}{3}+\frac{1}{3}\right)$, das die Dimensionen der Steintruhe darstellt, die gewaltigsten kosmischen Probleme zum Ausdruck gebracht wurden. Wie bereits erwähnt, will ich durchaus nicht behaupten, dass es mir gelungen ist, alle Probleme der Steintruhe zu lösen, im Gegenteil, es müssen noch eine ganze Reihe ungelöster Probleme vorhanden sein, deren Lösung vielleicht anderen gelingen wird.

Zweiter Abschnitt:

Die Grössenverhältnisse der Cheops-Pyramide.

Berechnung der Elemente der Cheops-Pyramide.

1. Allgemeines.

Es wird nützlich sein, einige öfters gebrauchte Ausdrücke genau zu definieren, um auf diese Weise etwaige Missverständnisse zu vermeiden. Die Cheops-Pyramide ist eine regelmässige, quadratische Pyramide, d. h. alle 4 Seiten sind gleich lang und stossen senkrecht aufeinander. Der durch die Pyramide gebildete Körper wird eingeschlossen von einem äusserlich nicht sichtbaren Quadrat, der Grundfläche, und 4 gleichschenkligen Dreiecken, deren Basis die Seitenlänge der Grundfläche bildet, während ihre Seiten durch die 4 gleich langen Polkanten gebildet werden. Eine solche Pyramide ist aber, genau gesprochen, nur die Hälfte einer Doppel- oder Bi-Pyramide, d. h. eines Acht-Flächners. In der Kristallographie hat man sich längst daran gewöhnt, mit dem Wort „Pyramide" die Bi-Pyramide zu bezeichnen, der gewöhnliche Sprachgebrauch versteht unter „Pyramide" aber nur die Halb-Pyramide; wenn nicht ausdrücklich das Gegenteil erwähnt wird, so verstehe ich unter dem Wort „Pyramide" stets die Halb-Pyramide und bezeichne dementsprechend die Ganz-Pyramide als Doppel- oder Bi-Pyramide.

Wir haben nun die folgenden Definitionen (Fig. 2 Seite 21).

Grundfläche nenne ich das Quadrat $ABDE$, auf welchem die Pyramide errichtet ist. Seitenlänge oder Randkante sind die Seiten $AB = BE = DE = AD$ der Grundfläche. Da bei der Bi-Pyramide die Grundfläche wegfällt, so wäre der der Kristallographie entnommene Ausdruck Randkante wohl der präzisere. Es ist aber das Wort „Seite" oder „Seitenlänge" eines Polygons so allgemein gebräuchlich, dass es besser ist, das Wort „Seitenlänge" zu gebrauchen und nur in besonderen Fällen den Ausdruck Randkante anzuwenden.

Höhe ist die auf dem Mittelpunkt der Grundfläche errichtete Senkrechte CS. Bei der Bi-Pyramide stellt die doppelte Höhe die Hauptachse SS' dar.

Diagonale nenne ich die Linien AE und BD. Man kann diese Linien auch als Nebenachsen bezeichnen und zwar als Proto-

Nebenachsen; es sind dann die Linien FG und HI die Transversal-Achsen oder Deutero-Nebenachsen, durch welche die Seitenlängen genau in zwei Hälften zerlegt werden. Diagonal- und Transversal-Achsen bilden bei der quadratischen Pyramide einen Winkel von 45°.

Polkanten nenne ich die 4 Kanten, welche von den 4 Eckpunkten

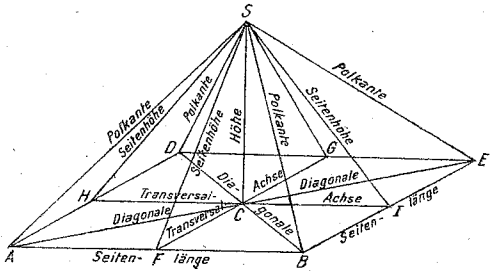


Fig. 2.

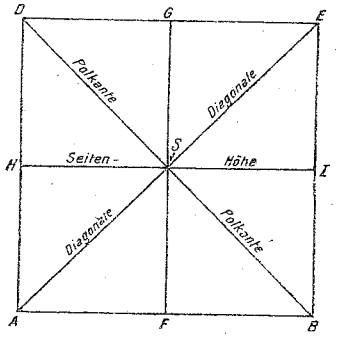


Fig. 2 a.

der Grundfläche A, B, E, D ausgehen und in der Spitze S resp. S' zusammentreffen.

Seitenhöhe nenne ich die Höhe $FS = GS = HS = IS$ des Oberflächendreiecks.

Oberflächendreieck oder Seitenfläche nenne ich die 4 gleichschenkligen Dreiecke ASB, BSE, DSE und ASD, welche die Seitenflächen der Pyramide bilden; diese Dreiecke werden also von den Polkanten als Seiten und den Seitenlängen (Randkanten) als Basis begrenzt. Selbstverständlich wird die Bi-Pyramide von 8 Oberflächendreiecken eingeschlossen.

Wenn wir nun die Pyramide durch Symmetrieebenen, welche durch die Achsen gelegt sind, teilen, so erhalten wir zwei neue Arten gleichschenkliger Dreiecke, welche wir als Diagonal-Dreieck und Transversal-Dreieck unterscheiden können. Selbstverständlich bilden bei der Bi-Pyramide die Schnittflächen der Symmetrieebenen Rhomben.

Diagonal-Dreieck nenne ich das durch die Diagonalen (Proto-Nebenachsen) gelegte Dreieck $ASE = BSD$. Es wird von den Polkanten als Seiten und der Diagonale als Basis begrenzt. Die Höhe des Diagonal-Dreiecks ist natürlich die Höhe CS der Pyramide.

Transversal-Dreieck nenne ich das durch die Transversal-Achsen (Deutero-Nebenachsen) gelegte Dreieck $HSI = FSG$. Es wird von der Seitenhöhe als Seiten und der Transversal-Achse als Basis begrenzt.

Ich brauche wohl kaum hervorzuheben, dass bei der Bi-Pyramide 5 Symmetrieebenen vorhanden sind, nämlich ausser den erwähnten 4, welche durch die Haupt- und eine Nebenachse gelegt sind, eine fünfte, welche durch die beiden Nebenachsen gelegt ist und mit der Grundfläche zusammenfällt. Die Schnittflächen der 4 senkrechten Symmetrieebenen sind Rhomben, die der horizontalen ein Quadrat.

Entsprechend den drei verschiedenen Arten von Dreiecken haben wir sechs verschiedene Winkel, die ich folgendermassen bezeichne:

Neigungswinkel der Seitenfläche oder kurzweg Neigungswinkel (n) nenne ich den Winkel, der durch die Seitenfläche und die Grundfläche gebildet wird, also die Neigung der Seitenflächen gegen die Horizontale bestimmt. Die Schenkel des Neigungswinkels werden durch die Seitenhöhe und die Transversal-Achse gebildet. Wir haben also die 4 Winkel $SHC = SFC = SIC = SGC$.

Scheitelwinkel nenne ich den Winkel an der Spitze des Transversal-Dreiecks. Die Schenkel der Scheitelwinkel werden durch die Seitenhöhen gebildet. Wir haben also die 4 Seitenwinkel $HSI = FSG = ISH = GSF$.

Polkanten-Winkel nenne ich den Winkel an der Basis des Diagonal-Dreiecks, welcher durch die Neigung der Polkanten gegen die Diagonale gebildet wird, dessen Schenkel also durch diese beiden Linien gebildet werden. Wir haben daher die vier Polkanten-Winkel $SAC = SBC = SEI = SDC$.

Polspitzen-Winkel nenne ich den Winkel an der Spitze des Diagonal-Dreiecks; seine Schenkel werden durch die zwei gegenüberstehenden Polkanten gebildet. Wir haben also die 4 Polspitzen-Winkel: $ASE = BSD = ESI = DSB$.

Basis-Winkel nenne ich den Winkel an der Basis des Oberflächen-Dreiecks, dessen Schenkel durch die Polkante und die Seitenlänge gebildet werden. Wir haben also die 8 Basis-Winkel: $SAF = SBF = SBI = SEI = SEG = SHG = SDH = SAH$.

Poloberflächen-Winkel nenne ich den Winkel an der Spitze des Oberflächendreiecks, dessen Schenkel durch zwei, auf gleicher Seite, liegende Polkanten gebildet werden. Wir haben also die 4 Poloberflächen-Winkel: $ASB = BSE = ESD = DSA$.

Übersicht der hier gebrauchten Ausdrücke:

Seitenlänge oder Randkante $= AB = BE = DE = AD$
Umfang = vier Seitenlängen $= AB + BE + DE + AD = ABDE$
Höhe = halbe Haupt-Achse $= CS$.

Diagonale oder Proto-Achse $= AE = BD$.
Transversal-Achse oder Deutero-Achse $= FG = HI$.
Polkante $= AS = BS = DS = ES$.
Seitenhöhe $= FS = GS = HS = IS$.
Diagonal-Dreieck $= ASE = BSD$.
Transversal-Dreieck $= FSG = HSI$.
Oberflächen-Dreieck $= ASB = BSE = DSE = ASD$.
Neigungswinkel der Seitenfläche $= SHC = SFC = SIC = SGC$.
Scheitelwinkel $= HSI = FSG = ISH = GSF$.
Polkantenwinkel $= SAC = SBC = SEC = SDC$.
Polspitzenwinkel $= ASE = BSD = ESF = DSB$.
Basiswinkel $= SAF = SBF = SBI = SEI = SEG = SDG = SDH = SAH$.
Poloberflächenwinkel $= ASB = BSE = ESD = DSA$.

2. Berechnung der einzelnen Elemente.

A. Berechnung der linearen, quadratischen und kubischen Grössen.

a. Berechnung der Seitenlänge.

Die tatsächlichen Messungen der Seitenlänge ergaben, dass dieselbe 365.2422 ägyptische Ellen lang war. Ich bin leider nicht in der Lage, sagen zu können, auf welche Autorität sich Eyth, dessen Angaben ich hier zitiere, stützt. Auch weiss ich nicht, auf welche Weise dieser Wert bestimmt wurde, aber wir wollen annehmen, dass derselbe richtig sei, wobei eine weitere Auslegung dieses Wertes uns vollkommen gleichgültig ist. Zunächst interessiert uns nur die Zahl selber, d. h. der rein arithmetische Wert.

Nun habe ich oben gezeigt, dass der algebraische Ausdruck, welcher den Inhalt des 3. Teiles des Teilkörpers B, also $\frac{B}{3}$ darstellt, den folgenden Wert hat:

$$\pi^2 3^{-3} = 0.365\,540\,903\,744\,042\,911\,308\,069\,708\,625\,671\,645\,302\,5\ldots$$

Wenn wir diesen Wert mit 10^3 multiplizieren, also den Wert

$$365.540\,903\,744\,042\,911\,308\,069\,708\,625\,671\,645\,302\,5\ldots$$

bilden, so sehen wir, dass dieser Wert eine ganz ausserordentliche Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert der Seitenlänge der Cheops-Pyramide besitzt, wie aus der folgenden Gegenüberstellung hervorgeht.

Seitenlänge der Cheops-Pyramide in ägyptischen Ellen:

gemessener Wert	theoretisch berechneter Wert
365.2422	365.5409

Die Differenz beider Werte beträgt nur 0.2987 Ellen, um welchen Betrag der theoretisch berechnete Wert grösser ist als der gemessene. Dieser geringe Unterschied von höchstens $^3/_{10}$ Ellen $= 7^1/_2$ Zoll, um welche der theoretische Wert grösser ist als der praktisch gemessene, darf uns

meiner Ansicht nach nicht stören. In erster Linie muss man bedenken, dass die Messungen, auf welche unsere gegenwärtige Annahme von der tatsächlichen Grösse der Seitenlänge basiert sind, mit der allergrössten Schwierigkeit verbunden waren, so dass also eine Abweichung von höchstens 0.3 Ellen vollkommen im Bereich der Fehlergrenzen liegt. Weiter wäre mit der Möglichkeit zu rechnen, dass der Wert 365.2422 den Durchschnittswert einer grösseren Zahl unter sich abweichender Messungen darstellt, oder auf trigonometrischem Wege rechnerisch ermittelt wurde. In beiden Fällen sind also kleine Fehler oder Abweichungen nicht ausgeschlossen.

Aber wie dem auch sein mag, ich bin der Ansicht, dass die beiden Werte als ident anzusehen sind, mit andern Worten, dass wir die Grösse der Seitenlänge der Cheops-Pyramide durch den Wert $\pi^2 3^{-3} \times 10^3$ in ägyptischen Ellen ausdrücken können. Der Unterschied, um welchen die theoretisch ermittelte Seitenlänge grösser ist, als die durch tatsächliche Messungen festgestellte, ist so geringfügig, dass er für praktische Zwecke überhaupt nicht in Betracht kommt. Die Entscheidung, welchem Wert der Vorzug zu geben sei, kann meiner Ansicht nach nicht schwer fallen; denn dass die theoretisch ermittelte den Vorzug vor der, mit allerlei Fehlerquellen belasteten, gemessenen, Grösse verdient, ist wohl sicher.

Theoretisch wird demnach die Seitenlänge der Cheops-Pyramide durch eine unendliche Zahl dargestellt, aber sinnlich muss sie durch eine endliche Zahl zum Ausdruck gebracht werden, mit andern Worten, durch einen Näherungswert ausgedrückt sein. Es handelt sich also nur darum, zu ermitteln, wie gross die Genauigkeit ist, mit welcher der Wert $\pi^2 3^{-3} \times 10^3$ in der Seitenlänge dargestellt wurde. Ich werde späterhin zeigen, dass die alten Ägypter imstande waren, noch recht geringe Grössen darzustellen, aber es will mir doch recht zweifelhaft erscheinen, ob sie bei einer physischen Länge von 365 Ellen noch den 3 millionsten Teil einer Elle, d. h. 0.000 003 Ellen ausdrücken konnten. Wir sehen nun, dass im Wert $\pi^2 - 3^3 \times 10^3$ die 3. Dezimale eine Null ist, die 4. eine 9, die 5. wieder eine 0 und die 6. eine 3 ist. Wenn man nun den Näherungswert mit der 5. Dezimale abschliesst, was umso berechtigter ist, als die nächstfolgende Zahl nur eine 3 ist, und dann $^{96}/_{100\,000}$ gleich $^{1}/_{1000}$ setzt, so ist der begangene Fehler ausserordentlich gering, denn der Näherungswert 365.541 Ellen ist nur um 0.000 096 255 Ellen, also um rund 96 millionstel Ellen grösser als der Wert $\pi^2 3^{-3} \times 10^3$.

Auf diese Weise wäre also der Näherungswert für die tatsächliche Grösse der Seitenlänge der Cheops-Pyramide bis auf 1 Tausendstel Elle genau bestimmt. Nun ist aber 0.001 Elle gleich 0.636 619 mm; sagen wir rund $^{2}/_{3}$ mm. Bei einer angenommenen Grösse der Seitenlänge der Cheops-Pyramide von 365.541 Ellen gleich 232.710 6 Meter, wäre dieselbe gegen den theoretischen Wert um etwas weniger als $^{2}/_{3}$ mm zu gross. Ob es aber vor 4000 Jahren möglich war, bei einer so grossen Länge wie 365 Ellen noch 0.001 Ellen, gleich 0.636 619 mm, praktisch darzustellen, will ich dahingestellt sein lassen. Wenn man also die Seitenlänge der Cheops-Pyramide zu 365.54 Ellen gleich 232.71

Meter annimmt, so dürfte hiermit eine Genauigkeit erreicht sein, die allen praktischen Anforderungen genügt, denn diese Grösse ist nur um 0.001 Ellen, gleich 0.636 619 mm zu klein. Es wäre nun interessant, durch genaue Nachmessung der Seitenlänge festzustellen, welcher von diesen Näherungswerten tatsächlich zum Ausdruck gebracht wurde, denn auf diese Weise liesse sich die Genauigkeit, bis zu welcher die Ägypter Bruchteile einer Elle ausdrücken konnten, bestimmt ermitteln. Theoretisch können wir natürlich die Grösse der Seitenlänge bis auf beliebig viele Dezimalen ausrechnen, aber es hat dies keinen Zweck, und es ist mehr eine mathematische Spielerei, wenn ich hier diesen Wert bis auf 40 Dezimalen berechnet habe.

Der wesentliche Punkt der vorhergehenden Darlegung lässt sich also kurz dahin ausdrücken, dass die Seitenlänge der Cheops-Pyramide durch den Wert $\pi^2 3^{-3} \times 10^3$ in ägyptischen Ellen dargestellt wird. Multiplizieren wir diesen Wert mit 10^9, so stellt der Wert $\pi^2 3^{-3} \times 10^{12}$ die absolute Länge eines Quadranten der Erdbahn in ägypt. Ellen dar. Ferner berechnet sich der Umfang der Cheops-Pyramide auf:

Absolute Länge des Umfangs

$$4 \times \pi^2 3^{-3} \times 10^3 = (0.148\ldots \times \pi^2) \times 10^3$$
$$= 1462.163\,614\,976\,171\,647\,232\,278\,834\,502\,686\,581\,210\ldots \text{ Ellen.}$$

Dieser Wert mit 10^9 multipliziert, stellt demnach die absolute Länge der Erdbahn in ägyptischen Ellen dar.

b) Berechnung der Höhe.

Die bisherigen Forschungen haben ergeben, dass die Höhe der Pyramide gleich dem Radius eines Kreises ist, der denselben Umfang wie die Grundfläche hat. Wir können also, wenn wir zunächst von einer Multiplikation mit der entsprechenden Potenz von 10 absehen und nur die rein algebraischen Werte betrachten, wenn r der Radius des Kreises, dessen Umfang gleich dem Umfang der Pyramide ist, folgendermassen schreiben:

$$2\,r\,\pi = 4\,\pi^2 3^{-3}$$

dann ist

$$r = \pi\, 3^{-3} \cdot 2$$

oder $r = 0.232\,710\,566\,932\,577\,276\,923\,158\,769\,131\,815\,028\,459\,0\ldots$

Den absoluten Wert von r erhalten wir, wenn wir den algebraischen Wert mit 10^3 multiplizieren, also

$$r = \pi\, 3^{-3} \cdot 2 \times 10^3$$
$$= 232.710\,566\,932\,577\,276\,923\,158\,769\,131\,815\,028\,059\,0\ldots$$

Also der Radius eines Kreises, der den gleichen Umfang wie die Grundfläche der Pyramide besitzt, hat eine Länge von 232.710 566... Ellen = 148.148 $\overline{148}$... Meter.

Diese Grösse wird nun als die Höhe der Cheops-Pyramide angenommen und wir können also die Höhe derselben, ähnlich wie die Seitenlänge, durch

einen algebraischen Wert ausdrücken, der mit 10^3 multipliziert den absoluten Wert ergibt; es ist also

Absolute Grösse der Höhe: $= \pi\, 3^{-3} \cdot 2 \times 10^3 = 232.710\,566\ldots$ Ellen $= 148.148\,\underline{148}$ Meter. Es wird nun dem halbwegs mathematisch Geschulten sofort aufgefallen sein, dass man den Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ mit Leichtigkeit aus dem Wert $\pi^2\, 3^{-3}$ erhält, wenn der letztere durch $\frac{\pi}{2}$ dividiert oder, was dasselbe ist, mit dem reziproken Werte $\frac{2}{\pi}$ multipliziert wird.

Mit andern Worten, wir erhalten den algebraischen Ausdruck für die Höhe der Cheops-Pyramide, wenn wir den algebraischen Ausdruck für die Seitenlänge mit $\pi^{-1}\, 2$ multiplizieren. Selbstverständlich erhalten wir auch umgekehrt den algebraischen Ausdruck für die Seitenlänge, wenn wir den der Höhe mit $\pi\, 2^{-1}$ multiplizieren. Ich erwähne dies nur, weil, wie wir später sehen werden, die Seitenlänge die Umlaufszeit der Erde, die Höhe aber ihre mittlere Entfernung von der Sonne in Ellen darstellt, so dass wir durch einfache Multiplikation des algebraischen Wertes der Umlaufszeit der Erde, die durch Beobachtung festgestellt ist, mit dem Werte $\pi^{-1}\, 2$ den algebraischen Wert ihrer absoluten mittleren Entfernung in ägyptischen Ellen erhalten.

Auch die Höhe wird somit theoretisch durch eine unendliche Zahl, die praktisch durch einen Näherungswert dargestellt wird, gebildet. Als solchen können wir in einfachster Form den Wert 232.71 Ellen ansehen, denn der Fehler, der durch Weglassung der übrigen Dezimalen begangen wird, beträgt nur 0.000 566 932 Ellen, d. h. weniger als 6 zehntausendstel Ellen. Das ist aber eine so minimale Grösse, dass diese bei der praktischen Darstellung des Näherungswertes als Höhe der Cheops-Pyramide überhaupt nicht in Betracht kommt.

Nun sind 232.71 Ellen gleich 148.148 Meter gleich 486.0536.... engl. Fuss. Nach Eyth beträgt die Höhe der Cheops-Pyramide 486.256 7 engl. Fuss[1]). Die theoretisch ermittelte Höhe der Pyramide ist also nur um 0.020 31 engl. Fuss gleich 2.4372 engl. Zoll, sagen wir rund $2\frac{1}{2}$ engl. Zoll grösser, als der durch die bisherigen Forschungen festgestellte Wert. Auch diese Abweichung darf wohl übersehen werden, zumal, da noch nicht feststeht, ob der angenommene Wert von 486.256 7 engl. Fuss überhaupt einwandfrei ist.

c) Berechnung der Diagonale.

Die Grösse der Diagonale wird ohne weiteres aus dem Grundgesetz des rechtwinkligen Dreiecks abgeleitet. „Das Quadrat der Hypotenuse ist gleich der Summe der Quadrate der beiden Katheten", so lautet das Gesetz,

[1]) Das ist natürlich nicht die heutige Höhe, sondern der Wert 232.710 Ellen stellt die Höhe der Cheops-Pyramide in ihrer ursprünglichen Form dar.

das sehr mit Unrecht den Namen „Pythagoräischer" Lehrsatz führt. Die Cheops-Pyramide beweist uns ohne weiteres, dass mindestens 2000 Jahre vor Pythagoras dieses Gesetz genau gekannt und, was mehr ist, auch praktisch angewendet wurde, denn ohne Kenntnis dieses Grundgesetzes wäre der Bau der Cheops-Pyramide überhaupt nicht denkbar gewesen. Pythagoras war, wie wir wissen, in Ägypten; dort hat er jedenfalls neben vielem andern die Kenntnis von diesem Gesetz, das wahrscheinlich nur ein minderes Geheimnis der Priester war, erlangt. Entdeckt hat Pythagoras dies Gesetz nicht, das steht wohl unumstösslich fest.

Nachdem nunmehr bewiesen ist, dass allermindestens 2000 Jahre vor Pythagoras der nach ihm benannte Lehrsatz andern Mathematikern bekannt und von diesen praktisch angewendet wurde, kann Pythagoras keinerlei Anspruch darauf erhalten, als Entdecker dieses Grundgesetzes der Trigonometrie zu gelten. Ich schlage darum vor, die Bezeichnung „pythagoräischer" Lehrsatz trotz ihrer Ehrwürdigkeit fallen zu lassen und dieses Gesetz einfach

Pyramidal-Lehrsatz

zu nennen. Diese Bezeichnung wird uns immer daran erinnern, wo und wann das Grundgesetz unserer ganzen Mathematik zum erstenmal Verwendung fand; und gleichzeitig wird diese Bezeichnung ein kleines Zeichen der Anerkennung jener unbekannten Mathematiker sein, die schon vor 4000 Jahren so Grosses leisteten.

Nach dem Pyramidal-Lehrsatz ist

$$(\pi^2\, 3^{-3})^2 + (\pi^2\, 3^{-3})^2 = 2\, \pi^6\, 3^{-6}.$$

Es ist also der algebraische Wert der Diagonale die Quadratwurzel aus dem Werte $2\, \pi^6\, 3^{-6}$ oder

Algebraischer Wert der Diagonale =

$$\pi^2\, 3^{-3}\, 2^{\frac{1}{2}} = 0.516\,952\,906\,183\,278\,466\,780\ldots$$

Den absoluten Wert der Diagonale in Ellen erhalten wir, wenn wir den obigen Wert mit 10^3 multiplizieren; also

Absolute Länge der Diagonale

$$= \pi^2\, 3^{-3}\, 2^{\frac{1}{2}} \times 10^3 = 516.952\,906\,183\,278\,466\,780\ldots \text{ Ellen.}$$

Wir können also sagen: Man erhält die Länge der Diagonale der Cheops-Pyramide, wenn man die Seitenlänge der Grundfläche mit Sekante des halben Grundflächenwinkels multipliziert, denn, da die Grundfläche der Cheops-Pyramide ein Quadrat ist, so sind die vier Winkel der Grundfläche rechte Winkel, also ein halber Grundflächenwinkel ist gleich 45^0,

$$\text{aber} \quad sec.\, 45^0 = 2^{\frac{1}{2}} = 1.414\,213\,569\,4\ldots$$

Das ist ja natürlich eines der Gesetze der Pyramidenlehre, aber das Wesentliche ist, dass dieses Gesetz bereits vor 4000 Jahren den alten Ägyptern bekannt war.

d) Berechnung der Polkante.

Auch bei der Berechnung der Polkante kommt der Pyramidal-Lehrsatz in Anwendung, denn es ist das Quadrat der Polkante gleich der Summe der Quadrate der halben Diagonale und der Höhe. Also

Algebraischer Wert des Quadrates der Polkante =

$$(\pi^2 3^{-3} 2^{-\frac{1}{2}})^2 + (\pi 3^{-3} \cdot 2)^2 = \pi^4 3^{-6} 2^{-1} + \pi^2 3^{-6} 2^2$$

Multiplizieren wir das erste Glied dieser Summe mit dem Werte $(2^{-2} \cdot 2^2)$, so können wir das Glied $\pi^2 3^{-6} 2^2$ ausscheiden, wir haben also als

Algebraischen Wert des Quadrates der Polkante $= (\pi^2 3^{-6} 2^2)(\pi^2 2^{-3} + 1)$

und als Algebraischen Wert der Polkante

$$= (\pi 3^{-3} \cdot 2)(\pi^2 2^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}} = 0.347\,799\,200\,808\,279\,853\,382\ldots$$

Nun ist aber der Wert $(\pi^2 2^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}}$ nichts anderes als die Cosekante des Polkantenwinkels, denn cosec. Polkantenwinkel $= \frac{\text{Polkante}}{\text{Höhe}}$

$$= \frac{(\pi 3^{-3} \cdot 2)(\pi^2 2^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}}}{\pi 3^{-3} \cdot 2} = (\pi^2 2^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}}$$

Also wir erhalten den algebraischen Wert der Polkante, wenn wir den algebraischen Wert der Höhe mit der Cosekante des Polkantenwinkels multiplizieren. Auch dieser Satz der Pyramidenlehre war also bereits den alten Ägyptern bekannt.

Die absolute Länge der Polkante in Ellen erhalten wir, wenn wir den algebraischen Wert mit 10^3 multiplizieren. Es ist also

Absolute Länge der Polkante =

$$(\pi 3^{-3} \cdot 2)(\pi^2 2^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}} \times 10^3 = 347.799\,200\,808\,279\,853\,382\ldots \text{ Ellen.}$$

e) Berechnung der Seitenhöhe.

Wiederum kommt der Pyramidalsatz in Anwendung, denn es ist das Quadrat der Seitenhöhe gleich der Summe der Quadrate der halben Seitenlänge und der Höhe; also:

Algebraischer Wert des Quadrates der Seitenhöhe =

$$\begin{aligned} &= (\pi^2 3^{-3} 2^{-1})^2 + (\pi 3^{-3} \cdot 2)^2 \\ &= \pi^4 3^{-6} 2^{-2} + \pi^2 3^{-6} 2^2 \\ &= \pi^2 3^{-6} 2^{-2} (\pi^2 2^{-4} + 1) \end{aligned}$$

oder Algebraischer Wert der Seitenhöhe =

$$\pi 3^{-3} \cdot 2 (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} = 0.295\,904\,116\,276\,939\,858\,745\ldots$$

Nun ist aber der Wert $(\pi^2 2^{-4} + 1)^2$ nichts anders als die Cosekante des Neigungswinkels der Seitenfläche, denn

$$\text{cosec. Neigungswinkel} = \frac{\text{Seitenhöhe}}{\text{Höhe}} = \frac{\pi 3^{-3} 2 (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}}{\pi 3^3 \cdot 2} = (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$$

Also wir erhalten den algebraischen Wert der Seitenhöhe, wenn wir den algebraischen Wert der Höhe mit der Cosekante des Neigungswinkels multiplizieren.

Die absolute Länge der Seitenhöhe an Ellen erhalten wir, wenn wir den algebraischen Wert mit 10^3 multiplizieren; es ist also

Absolute Länge der Seitenhöhe =

$$\pi 3^{-3} \cdot 2 (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} \times 10^3 = 295.904\,116\,276\,939\,858\,745\ldots \text{ Ellen.}$$

Selbstverständlich, dies brauche ich wohl kaum zu erwähnen, werden bei der praktischen Darstellung des Bauwerks die Längen der Diagonale, der Polkante und der Seitenhöhe wiederum nur Näherungswerte sein, die ihrerseits durch die Näherungswerte der Seitenlänge und Höhe bedingt sind, d. h. sie müssen sich von selbst ergeben, wenn die Werte für Seitenlänge und Höhe einmal festgesetzt sind.

f) Berechnung der Grösse der Grundfläche.

Der algebraische Wert der Grösse der Grundfläche ist nach bekanntem Gesetz gleich dem Quadrat der Seitenlänge, also

Algebraischer Wert der Grösse der Grundfläche =

$$\pi^4 3^{-6} = 0.133\,620\,152\,310\,011\,645\,259\,691\ldots$$

Den absoluten Wert in Quadratellen erhalten wir durch Multiplikation des algebraischen Wertes mit 10^6, also:

Absoluter Wert der Grundfläche =

$$(\pi^4 3^{-6}) \times 10^6 = 133\,620.152\,310\,011\,645\,259\,691\ldots \text{ Quadratellen.}$$

g) Berechnung der Grösse der Seitenfläche.

Der algebraische Wert der Grösse der Seitenfläche ist nach bekanntem Gesetz das Produkt aus Seitenlänge und halber Seitenhöhe, also:

Algebraischer Wert der Grösse der Seitenfläche =

$$\pi^3 3^{-6} (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} = 0.054\,082\,529\,043\,537\,853\,59\,320\ldots$$

Das ist nun ein höchst eigentümlicher Wert, denn wir sehen, dass derselbe sich in einfacher Weise aus der Grösse der Grundfläche ableitet, wenn man den algebraischen Wert derselben durch π dividiert und mit dem algebraischen Wert der Sekante des Neigungswinkels multipliziert.

Der absolute Wert der Grösse der Seitenfläche in Quadratellen wird erhalten, wenn man den algebraischen Wert mit 10^6 multipliziert, also

Absoluter Wert der Grösse der Seitenfläche =

$$\pi^3 3^{-6} (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} \times 10^6 = 54\,082.529\,043\,537\,853\,596\,320\ldots \text{ Quadr.-Ellen.}$$

h) Berechnung des Inhalts.

Der algebraische Wert des Kubikinhalts ist nach bekanntem Gesetz das Produkt aus Grundfläche und dem dritten Teil der Höhe, also

Algebraischer Wert des Inhaltes

$$= \pi^5 3^{-10} \cdot 2 = 0.010\,364\,940\,464\,893\,378\,405\,995\ldots$$

Der absolute Wert des Inhaltes in Kubikellen wird erhalten, wenn man den algebraischen Wert mit 10^9 multipliziert, also

Absoluter Wert des Inhaltes

$$\pi^5 3^{-10} \cdot 2 \times 10^9 = 10364\,940.464\,893\,378\,405\,995 \text{ Kubikellen.}$$

In der folgenden Tabelle habe ich nun die Elemente der Cheops-Pyramide, so wie ich sie auf Grund der algebraischen Werte berechnet habe, in übersichtlicher Form zusammengestellt. In der ersten Spalte stehen die algebraischen Werte, in der zweiten der Multiplikator M, d. h. diejenige Potenz von 10, mit welcher der algebraische Wert zu multiplizieren ist, um den absoluten Wert zu erhalten; in der dritten Spalte die absoluten Werte in ägyptischen Ellen, Quadrat- und Kubikellen, die in der vierten Spalte in Meter, Quadrat und Kubikmeter umgerechnet sind.

Die Elemente der Cheops-Pyramide

berechnet auf Grundlage der Dimensionen der Steintruhe in der sogenannten Königskammer.

	Algebraischer Wert	M.	Absoluter Wert	
			Ägyptische Ellen	Meter
Seitenlänge . . .	$\pi^2 3^{-3}$	10^3	365.540 903 744 . . .	232.710 566 932 . . .
a) 2 Seitenlängen	$\pi^2 3^{-3} \cdot 2$	10^3	731.981 807 488 . . .	465.421 133 865 . . .
b) 3 Seitenlängen	$\pi^2 3^{-2}$	10^3	1096.622 711 232 . .	698.131 700 797 . . .
c) Umfang	$\pi^2 3^{-2} \cdot 2^2$	10^3	1462.163 614 976 . .	930.842 267 730 . . .
Höhe	$\pi 3^{-3} \cdot 2$	10^3	232.710 566 932 . . .	148.148 148 148 . . .
Diagonale	$\pi^2 3^{-3} \cdot 2^{\frac{1}{2}}$	10^3	516.952 906 183 . . .	329.099 441 424 . . .
Polkante	$\pi 3^{-3} \cdot 2 (\pi^2 2^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}}$	10^3	347.799 200 808 . . .	221.415 858 024 . . .
Seitenhöhe	$\pi 3^{-3} \cdot 2 (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$	10^3	295.904 116 276 . . .	188.378 411 126 . . .
Grundfläche[1]) . .	$\pi^4 3^{-6}$	10^6	133 620.152 310 . . .	54 154.207 962 081 . .
Seitenfläche[1]) . .	$\pi^3 3^{-6} (\pi^{2-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$	10^6	54 082.529 043	21 918.823 322 995 . .
Inhalt[2])	$\pi^5 3^{-10} \cdot 2$	10^9	10 364 940.464 893 . .	2 674 281.874 670 . .

Vielleicht mögen die obigen Werte nichts Neues bringen, soweit wenigstens die absoluten Werte in Frage kommen, neu ist aber jedenfalls die hier vorgeschlagene Form, dieselben durch die Zahl π als algebraische Werte auszudrücken.

[1]) Quadratellen resp. Quadratmeter.
[2]) Quadratkubikellen resp. Kubikmeter.

Selbst bei flüchtiger Betrachtung der absoluten Masse tritt eine ganz merkwürdige Beziehung hervor. Der absolute Wert der Seitenlänge in Meter ist gleich dem absoluten Wert der Höhe in Ellen. Warum dies so sein muss, werde ich später ausführlich auseinandersetzen, aber soviel ist bereits jetzt klar, wenn dieses Verhältnis zwischen Seitenlänge und Höhe in bezug auf Meter und Elle besteht, so lassen sich für die übrigen Werte in Meter ebenfalls algebraische Werte finden, denn der algebraische Wert der Seitenlänge in Meter muss $\pi 3^{-3} \cdot 2$, also der algebraische Wert der Höhe sein. Da man aber, wie ich eben ausführlich darlegte, den algebraischen Wert der Höhe aus dem der Seitenlänge dadurch ableiten kann, dass man ersteren mit $2\pi^{-1}$ multiplizierte, so folgt ohne weiteres, dass man die Umwandlung der algebraischen Werte von Ellen in Meter dadurch ausführt, dass man erstere mit $2\pi^{-1}$ multipliziert. Das klingt jetzt alles ungemein einfach, aber die Schwierigkeiten, die zu überwinden waren, bis ich zu diesem einfachen Resultate gelangte, kann der Leser am besten ermessen, wenn er späterhin mein ausführliches Werk studiert.

B. Berechnung der Winkel.

a) Die Winkel des Transversal-Dreiecks.

Die Grösse des Neigungswinkels n der Seitenflächen, der als allerwichtigster Winkel zunächst in Frage kommt, ist ja durch die Grösse der Seitenlänge und der Höhe von vornherein unverrückbar festgesetzt. Dieselbe berechnet sich aus der Gleichung:

$$\cot g\, n = \frac{\text{halbe Seitenlänge}}{\text{Höhe}} = \pi^2 3^{-3} 2^{-1} \times \pi^{-1} 3^3 \cdot 2^{-1}$$

$$= \pi 2^{-2}$$

$$= \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots$$

(Leibnitz'sche Reihe)

$$= 0.785\,398\,163\,397\,448\,309\,615\,6\ldots$$

also $\sphericalangle n$[1]) $= 51^0\, 51'\, 14''.3251\ldots$

Nun erinnere man sich daran, mit welchem Eifer nach dem Verschalsteinen der Pyramide gesucht wurde, da man aus diesen durch tatsächliche Messung die Grösse des Neigungswinkels n feststellen und mit seiner Hilfe die wirkliche Höhe der Pyramide berechnen konnte. Eyth hat uns ja in so schöner, poetischer Weise die Suche nach einem solchen Verschalstein geschildert.

[1]) Die Grösse des Winkels n ist logarithmisch berechnet, die natürliche Kotangente $\frac{\pi}{4}$ ergibt einen Winkel von $51^0\, 51'\, 14''.3144$, der also gegen den logarithmisch berechneten Winkel um $0''.0108$ zu klein wäre. Diese Differenz liegt jedenfalls in der Ungenauigkeit des logarithmischen Rechnens begründet, aber schliesslich kommt es auf so kleine Beträge wie Hunderttausendstel von Sekunden überhaupt nicht an.

Aber all dieser Mühe hätte es nicht bedurft, denn wir wissen jetzt, dass wir aus den Dimensionen der Steintruhe in der sogen. Königskammer, wenn wir dieselben nur richtig auffassen, die Grösse des Neigungswinkels mit einer bisher unerreichten Genauigkeit bestimmen können, und zwar brauchen wir weder die absoluten Masse der Seitenlänge noch die Höhe zu kennen.

Der unter Beachtung der allergrössten Sorgfalt durch tatsächliche Messung ermittelte Neigungswinkel hat nach Eyth eine Grösse von 51° 51′ 14″.3. Der von mir rein theoretisch auf Grund meiner Ansicht über die Dimensionen der Steintruhe berechnete Neigungswinkel hat eine Grösse von 51° 51′ 14″.3251, d. h. meine Berechnung deckt sich also vollkommen mit dem durch tatsächliche Messung an den Verschalsteinen ermittelten Neigungswinkel, mit dem einzigen Unterschiede, dass meine Berechnung noch zehntausendstel von Sekunden ergibt. Ich kann nicht genügend betonen, dass diese Feststellung der Grösse des Neigungswinkels den allerschönsten Beweis für die Richtigkeit der von mir vertretenen Hypothese über die Abmessungen der Steintruhe mit all den gewaltigen Schlussfolgerungen, die sich hieraus ergeben, bilden. Ich wiederhole, mir lagen ursprünglich nichts anderes vor, als die drei auf Seite 3 angeführten Dimensionen der Steintruhe, deren eine wahrscheinlich sogar noch einen Druckfehler enthält und mit denen niemand etwas anzufangen wusste. Eine glückliche Überlegung hat dazu geführt, das Geheimnis, das in der Steintruhe verborgen liegt, wenigstens etwas zu enthüllen. Wenn aber das Resultat richtig ist, so müssen auch die Voraussetzungen richtig sein, denn wären diese falsch, so hätte die Grösse des Neigungswinkels unmöglich mit solcher Genauigkeit festgestellt werden können. Durch das tatsächliche Zeugnis der Verschalsteine wird also die Richtigkeit der Theorie bewiesen. Hätte man keine solchen Steine gefunden, könnte man also den Neigungswinkel der Seitenfläche nicht durch tatsächliche Messung kontrollieren, so wäre die von mir vertretene Ansicht eben nichts weiter als eine Hypothese gewesen, die erst noch zu beweisen wäre; so aber ist die Hypothese zur unumstösslichen Gewissheit geworden, und hieraus folgt weiter, dass alle mathematisch aus dem Verhältnis $\pi : \frac{\pi}{3} : \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\right)$, den Dimensionen der Steintruhe, in ägyptischen Ellen abgeleiteten Schlussfolgerungen richtig sein müssen.

Da die Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen durch den Wert $\frac{\pi}{4}$ dargestellt wird, die Länge der Steintruhe aber π Ellen ist, so folgt, dass wir $\frac{\pi}{4}$ auch folgendermassen schreiben können:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{25\,\pi}{100} = 0.785\,398\,163\,397\,448\,309\,61\ldots$$

Nun erhalten wir aber, wenn wir ägyptische Ellen mit 25 multiplizieren, die Länge in ägyptischen Zoll ausgedrückt, und ich habe oben gezeigt, dass die Länge der Steintruhe

$$25\pi = 78.539\,816\,339\,744\,830\,961\ldots \text{ ägyptische Zoll ist.}$$

Die Länge der Steintruhe in ägyptischen Zoll, wenn durch 10^2 dividiert, oder was dasselbe ist, ein Viertel der Länge in ägyptischen Ellen, stellt also die natürliche Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen dar. Nun frage ich, wäre jemand auf den Gedanken gekommen, dass, wenn ihm gesagt wird, die innere Länge der Steintruhe beträgt 77.85 oder besser 78.75 ägyptische Zoll, durch diese Grösse die natürliche Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide ausgedrückt wird? Ich glaube wohl nicht fehl zu gehen, wenn ich sage, dass auf diesen Gedanken so leicht niemand kommen würde. Jetzt, nachdem wir es wissen, ist es natürlich einfach, die Übereinstimmung zwischen dem Wert der natürlichen Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide und dem Zahlenwert der Länge der Steintruhe in ägyptischen Zoll zu erkennen, aber der Weg, der zu dieser Erkenntnis führte, war ein langwieriger und mühevoller. Auch ich habe anfangs nicht gewusst, welcher Wert hinter den Zahlen der Länge der Steintruhe in ägyptischen Zoll verborgen lag, und wenn keiner von den vielen Gelehrten, die sich mit der Cheops-Pyramide beschäftigt haben, herausgefunden hat, dass die Länge der Steintruhe in ägyptischen Zoll, wenn durch 10^2 dividiert, die natürliche Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen darstellt, wie hätte ich anders als auf Umwegen zur Feststellung dieser Tatsache gelangen können? Jetzt erscheint dies alles ungeheuer einfach und selbstverständlich, aber die gewaltige Schwierigkeit lag eben darin, die steinerne Sprache der Steintruhe zu entziffern. Die Erbauer der Cheops-Pyramide wussten ganz genau, was sie wollten, als sie die Abmessungen der Steintruhe durch Näherungswerte des Verhältnisses $\pi : \frac{\pi}{3} : \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\right)$ ausdrückten, wir aber, die wir nichts haben, als die reinen Zahlenwerte der Dimensionen, von welchen keine zwei Messungen übereinstimmen, müssen erst auf dem mühseligen Wege der Kombination herausfinden, was diese Zahlen bedeuten.

Wiederum sei der späteren Darstellung etwas vorausgegriffen. Wenn man den algebraischen Wert der Seitenlänge $\pi^2 3^{\ 2} = 0.365\,540\,903\,744\ldots$ als Zeitmass auffasst, so können wir denselben folgendermassen lesen: 365 Tage 5 Stunden 40 Minuten 9.037 44 Sekunden.

Das ist aber bis auf 8 Minuten genau die Umlaufszeit der Erde um die Sonne; multiplizieren wir den algebraischen Wert der Höhe $\pi 3^{\ 3} \cdot 2 = 0.232\,710\,566\,932\,577\ldots$ mit 10^{12}, so erhalten wir die Länge der absoluten mittleren Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen. Die Kotangente des Neigungswinkels der Seitenfläche der Cheops-Pyramide wird aber erhalten, wenn wir die halbe Seitenlänge durch die Höhe dividieren.

Wäre also die Seitenlänge kleiner oder grösser als $\pi^2 3^{-3} \times 10^3 =$ 365.540 903... Ellen, oder würde die Erde in weniger oder mehr als 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.037 44 Sekunden um die Sonne rotieren und wäre die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne weniger oder mehr als $\pi 3^{-3} \cdot 2 \times 10^{12} = 232\,710\,566\,932.577$ Ellen = 148.148 148... Mill. Kilometer, so wäre auch die Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen nicht $\frac{\pi}{4}$, sondern ihr Wert wäre grösser oder kleiner. In seiner Erzählung „Ägyptische Knechtschaft" sagt Strindberg: „Willst du weiteres erfahren, z. B. warum die Seiten der Pyramide 51° geneigt sind, so musst du die Sternkundigen fragen." Die Antwort auf diese Frage bleibt uns Strindberg allerdings schuldig, wir aber brauchen die Sternkundigen nicht mehr zu fragen, denn wir wissen jetzt, dass die Seiten der Pyramide 51° geneigt sind, weil die Erde in einer mittleren Entfernung von 232 710.566 932 Millionen Ellen = 148.148 148 Millionen Kilometer von der Sonne 365 Tage 5 Stunden 40 Minuten 9.037 44 Sekunden gebraucht, um einen Umlauf um die Sonne zu vollenden. Wäre entweder die Umlaufszeit oder die Entfernung eine andere, dann wären auch die Seiten der Pyramide nicht unter einem Winkel von 51° 51′ 14″.3251, sondern einem andern Winkel geneigt. Wenn also, wie durch Theorie und tatsächliche Messung erwiesen ist, der Neigungswinkel der Seitenflächen die Grösse hat, dass seine natürliche Kotangente den Wert $\frac{\pi}{4}$ darstellt, so müssen Seitenflächen und Höhe die ihnen zugeschriebene Bedeutung besitzen.

Die übrigen goniometrischen Funktionen des Neigungswinkels n sind

$$tg\, n = \frac{1}{cotg\, n} = \frac{4}{\pi} = 1.273\,239\,504\,207\,417\ldots$$

$$sin\, n = \frac{1}{cosec\, n} = (\pi^2 2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.786\,440\,296\ldots$$

$$cos\, n = \frac{\pi}{4} sin\, n = \frac{\pi}{4}(\pi^2 2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.617\,667\,837\ldots$$

$$sec\, n = \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{sin\, n}\right) = \frac{4}{\pi}(\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} = 1.618\,993\,186\,5\ldots$$

$$cosec.\, n = \frac{1}{sin\, n} = (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} = 1.271\,554\,277\,263\ldots$$

Aus diesen Formeln sehen wir, dass der Wert der Kosekante, nämlich $(\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$ in allen Funktionen auftritt. Da aber der Wert $\pi^2 2^{-4}$ nichts anderes ist als das Quadrat der Kotangente des Neigungswinkels, nämlich $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$, so können wir $cosec\, n$ auch $\left[\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + 1\right]^{\frac{1}{2}}$ schreiben, und darum können wir sämtliche goniometrische Funktionen des Winkels n in der einfachsten Weise durch den Wert seiner Kotangente ausdrücken. Wir haben also:

Die goniometrischen Funktionen des Neigungswinkels n der Cheops-Pyramide ausgedrückt durch den Wert seiner Kotangente $\frac{\pi}{4}$

$$sin\, n = (cotg^2\, n + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.786\,440\,296\ldots$$

$$cos\, n = (cotg^2\, n + 1)^{-\frac{1}{2}} \times cotg\, n = 0.617\,667\,837\ldots$$

$$tg\, n = \frac{1}{cotg\, n} = 1.273\,239\,504\,207\,417\ldots$$

$$cotg\, n = \frac{\pi}{4} = 0.785\,398\,163\,397\,448\ldots$$

$$sec\, n = (cotg^2\, n + 1)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{cotg\, n} = 1.618\,993\,186\,5\ldots$$

$$cosec\, n = (cotg^2\, n + 1)^{\frac{1}{2}} = 1.271\,554\,277\,5\ldots$$

Ich habe deshalb die goniometrischen Funktionen des Neigungswinkels der Seitenflächen etwas ausführlicher behandelt, weil hieraus zur Evidenz hervorgeht, dass die alten Ägypter dieselben genau gekannt haben mussten. Mathematiker, die wussten, dass die natürliche Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide durch den Wert $\frac{\pi}{4}$ dargestellt wird, wussten auch ganz genau, was der Sinus und der Cosinus und die übrigen goniometrischen Funktionen des Winkels waren. Wie sie dieselben nannten und durch welche Zeichen sie dieselben ausdrückten und wie sie damit in ihren Rechnungen operierten, ist eine ganz andere Sache, die ausserhalb des Rahmens dieser Untersuchung liegt. Das Wesentliche ist die **Feststellung der Tatsache, dass die Ägypter alle goniometrischen Funktionen eines Winkels rund 2000 Jahre vor den griechischen Naturphilosophen kannten und praktisch anwendeten.**

Die Berechnung des Scheitelwinkels s ist natürlich sehr einfach.

$$s = 180^0 - 2n = 76^0\, 17'\, 34''.36.$$

Nennen wir den Winkel an der Spitze $2s$, so ist der halbe Winkel gleich s und da die Kotangente dieses Winkels bekannt ist, da sie natürlich gleich der Tangente des Komplements, also des Neigungswinkels n ist, so ist nach bekanntem Satze

$$cotg\, 2s = \frac{cotg^2 s - 1}{2\, cotg\, s}$$

Nun ist aber $cotg\, s = \frac{4}{\pi}$

$$\text{also } cotg\, 2s = \frac{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1}{2\left(\frac{4}{\pi}\right)} = \pi 2^{-3}\left[\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 - 1\right]$$

Viel einfacher gestalten sich die Werte, wenn wir statt des ganzen Winkels s nur den halben Winkel $\frac{s}{2} = 38^0\,8'\,45''.68$ betrachten, denn es ist

$$\sin\frac{s}{2} = \cos n = \frac{\pi}{4}(\pi^2\,2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.617\,667\,837\ldots$$

$$\cos\frac{s}{2} = \sin n = (\pi^2\,2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.786\,440\,296\ldots$$

$$tg\,\frac{s}{2} = cotg\,n = \frac{\pi}{4} = 0.785\,398\,163\ldots$$

$$cotg\,\frac{s}{2} = tg\,n = \frac{4}{\pi} = 1.273\,239\,504\ldots$$

$$\sec\frac{s}{2} = cosec\,n = (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} = 1.271\,554\,277\ldots$$

$$\cos\frac{s}{2} = \sec n = (\pi^2\,2^4 + 1)^{\frac{1}{2}}\,\frac{4}{\pi} = 1.618\,993\,186\ldots$$

b) Die Winkel des Diagonal-Dreiecks.

Die Grösse des Polkantenwinkels p berechnet sich aus der Gleichung

$$cotg\,p = \frac{\text{Halbe Diagonale}}{\text{Höhe}} = \frac{\pi}{4}\,2^{\frac{1}{2}} = 1.110\,720\,732\,113\,690\,28\ldots$$

Hieraus ergibt sich der

Polkantenwinkel $p = 41^0\,59'\,50''.01$.

Es hat nun keinen Zweck, die algebraischen Werte der übrigen Funktionen des Polkantenwinkels zu berechnen, da es wesentlich auf die Berechnung des Winkels selbst ankommt.

Nun ist aber

$$cotg\,p = tg\,\frac{t}{2} = \frac{\pi}{4}\,2^{\frac{1}{2}} = 1.110\,720\,732\,113\,690\,28\ldots$$

Wenn wir mit t den Scheitelwinkel des Diagonal-Dreiecks oder den Polspitzenwinkel bezeichnen, ergibt sich hieraus der

halbe Polspitzenwinkel $\frac{t}{2} = 48^0\,0'\,9''.99$

Polspitzenwinkel $t = 96^0\,0'\,19''.98$.

Natürlich ist auch

$$\sphericalangle\, t = 180^0 - 2p = 96^0\,0'\,19''.98.$$

c) Die Winkel des Oberflächen-Dreieks.

Nennen wir den Winkel an der Basis des Oberflächendreiecks b, so ist

$$cotg\,b = \frac{\text{halbe Seitenlänge}}{\text{Seitenhöhe}} = \frac{\pi}{4}(\pi^2\,2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.617\,667\,837\ldots$$

Mit andern Worten, die Kotangente des Basiswinkels des Oberflächendreiecks ist gleich dem Cosinus des Neigungswinkels der Seitenflächen. Hieraus berechnet sich der

Basiswinkel $b = 58^0\,17'\,51''.74$.

Nun ist aber $cotg\,b = tg\,\frac{m}{2} = \frac{\pi}{4}(\pi^2\,2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.617\,667\,837\ldots$

Wenn wir mit m den Winkel an der Spitze des Oberflächendreiecks, also den Poloberflächenwinkel bezeichnen, ergibt sich hieraus der

Halbe Poloberflächenwinkel $\frac{m}{2} = 31^0\,42'\,8''.26$

Poloberflächenwinkel $m = 63^0\,24'\,16''.52$

und zwar ist die Kotangente des halben Poloberflächenwinkels $\frac{m}{2}$ gleich der Sekante des Neigungswinkels n. Natürlich ist auch

$$\sphericalangle\, t = 180^0 - b = 63^0\,24'\,16''.52.$$

Der besseren Übersicht halber habe ich die Winkel der Cheops-Pyramide nebst den goniometrischen Werten der Kotangente in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt.

Die Winkel der Cheops-Pyramide.

	Algebraischer Wert der Kotangente	Natürliche Kotangente	Winkelmass
a) Transversaldreieck			
Neigungswinkel der Seitenfläche n...	$\frac{\pi}{4}$	0.785 398 163	$51^0\,51'\,14''.3244$
$\frac{1}{2}$ Scheitelwinkel $\frac{s}{2}$	$\frac{4}{\pi}$	1.273 239 504	$38^0\,8'\,45''.68$
b) Diagonaldreieck			
Polkantenwinkel p	$\frac{\pi}{4}\,2^{\frac{1}{2}}$	1.110 720 732	$41^0\,59'\,50''.01$
$\frac{1}{2}$ Polspitzenwinkel $\frac{t}{2}$	$\frac{4}{\pi}\,2^{-\frac{1}{2}}$	0.900 316...	$48^0\,0'\,9''.99$
c) Oberflächendreieck			
Basiswinkel b...	$\frac{\pi}{4}(\pi^2 2^{-4} + 1)^{-\frac{1}{2}}$	0.617 667 837..	$58^0\,17'\,51''.74$
$\frac{1}{2}$ Poloberflächenw. $\frac{m}{2}$	$\frac{4}{\pi}(\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$	1.618 993 186..	$31^0\,42'\,8''.26$

In der obigen Zusammenstellung habe ich stets die halben Winkel an der Spitze der Dreiecke angegeben, da die Kotangente des halben Winkels an der Spitze gleich dem reziproken Wert der Kotangente des Winkels an der Basis ist. Um die Winkel an der Spitze zu erhalten, sind die in der obigen Tabelle angegebenen halben Spitzenwinkel zu verdoppeln.

3. Einige mathematische Lehrsätze, welche durch die Cheops-Pyramide zum Ausdruck gebracht werden.

Ich möchte als Schlussbetrachtung der Elemente der Cheops-Pyramide noch kurz einige mathematische Lehrsätze, welche in diesem Bauwerk in augenfälliger Weise zum Ausdruck gebracht werden, anführen. Manches hiervon mag ja bereits bekannt sein, aber es kommt mir hauptsächlich darauf an, zu zeigen, dass die Erbauer der Pyramide jedenfalls das ganze Gebiet der sog. niederen Mathematik kannten und aller Wahrscheinlichkeit nach einen grossen Teil der höheren Mathematik beherrschten.

Aus den vorhergehenden Darlegungen geht mit unumstösslicher Sicherheit hervor, dass die ägyptischen Mathematiker die gesamte ebene Trigonometrie vollständig kannten. Diese ist also nicht, wie man so gerne annimmt, von Hipparch (150 n. Chr.) erfunden worden, sondern sie war bereits 2000 Jahre vor ihm in allen Einzelheiten bekannt und praktisch angewendet. Ohne genaue Kenntnis des Pyramidal-Lehrsatzes war eine Konstruktion der Cheops-Pyramide überhaupt nicht denkbar und ohne gründliche Kenntnis der Trigonometrie hätte niemals ein Winkel von $51^0\,51'\,14''.32$ zum sinnlichen Ausdruck gebracht werden können. Ebenso waren denselben sämtliche Lehrsätze des Kreises und der Kugel bekannt, auch werden sie mit Verhältnisgleichungen, jedenfalls aber müssen sie mit Dezimalbrüchen gerechnet haben; denn vieles, was ich hier ausgeführt habe, ist eigentlich nur durch Dezimalbrüche darstellbar, denn wie könnte man z. B. den Wert $\pi^2 3^{-3}$ anders als durch einen Dezimalbruch darstellen, wenn man dessen Zahlenwert angeben will? Ich bin der Ansicht, dass die Wissenschaft, die in der Kabbalah mit dem Worte G'matriah — nicht zu verwechseln mit Geometrie — bezeichnet wird, den Teil der altägyptischen Mathematik, der sich auf die Kenntnis der Zahlen bezog, umfasste, wobei natürlich von mystischen Auslegungen abzusehen wäre.

Das Gesetz des goldenen oder harmonischen Schnittes war ihnen genau bekannt, denn dieses Gesetz beherrscht scheinbar alle Teilungen von Linien, die bei der Pyramide zum Ausdruck kommen. Kurzum, es ist absolut sicher, dass die Erbauer der Cheops-Pyramide von all den Gesetzen und Lehrsätzen, die ich hier flüchtig anführte, eine gründliche und genaue Kenntnis hatten.

Betrachten wir nun einige Lehrsätze, die ganz besonders augenfällig zum Ausdruck gebracht sind. Da ist zunächst der Grundlehrsatz der Dreiecksberechnung:

A. Dreiecke mit gleicher Basis und gleicher Höhe haben gleichen Inhalt.

Dieser Lehrsatz lässt sich ungemein leicht an dem Transversal-Dreieck nachweisen. Konstruieren wir mit der Basis und der Höhe des Transversaldreiecks HSI (Fig. 3) ein Rechteck $HIVU$ und ziehen die Diagonale HV, so ist der Inhalt des Transversaldreiecks

$$HSI = \pi^3 3^{-6} = 0.042\,532\,615\,475\,661\ldots \text{ Quadratellen}$$

der Inhalt des Rechtecks

$$HIVU = 2\pi^3 3^{-6} = 0.085\,065\,230\,947\,322\ldots \text{ Quadratellen.}$$

Also ist der Inhalt eines Dreiecks, dessen Basis und Höhe die Seiten-

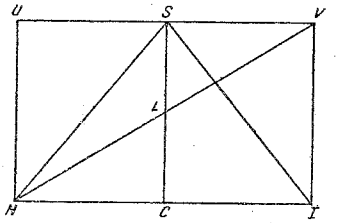


Fig. 3.

längen eines Rechteckes sind, gleich dem halben Inhalt dieses Rechtecks.

Nun ist aber $\triangle HVI$ die Hälfte des Rechtecks $HIVU$, folglich ist da

$$\triangle HSI = \pi^3 3^{-6} \text{ und } \triangle HVI = \pi^3 3^{-6}$$

also

$$\triangle HSI = \triangle HVI.$$

B. Die Quadratur des Zirkels.

Eyth macht auf Blatt II, das im ersten Bande der Seite 417 gegenübersteht, eine höchst merkwürdige Angabe, die aber im Text nirgends erwähnt ist. Er sagt:

Dreieck abc = Quadrat $defg$ = Kreis hik. (Fig. 4)

Das ist eigentlich doch nichts anderes als die „Quadratur des Zirkels". Eyths Dreieck abc ist das Transversaldreieck und sein Inhalt ist gleich dem eines „Quadrates" und der Inhalt dieses „Quadrates" soll wiederum

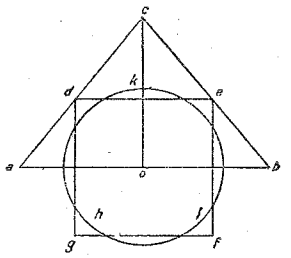


Fig. 4. (Kopie nach Eyth, Blatt II).

gleich dem Inhalt eines Kreises sein, dessen Radius anscheinend gleich der halben Höhe ist. Es ist sehr bedauerlich, dass Eyth gerade dieses Problem nur so nebenbei erwähnt, denn ihm, als Ingenieur, musste doch aufgefallen sein, dass, falls dieser Satz richtig, damit die „Quadratur des Zirkels" ohne weiteres bewiesen wäre. Leider stimmt hier etwas nicht, denn das „Quadrat" hat eine Oberfläche von 40 000 Quadratellen, das

Dreieck eine solche von 42 532.6 Quadratellen, der Kreis gar eine Oberfläche von 43 523 Quadratellen, und der Umfang der drei Flächen ist, wie ich wohl kaum zu beweisen brauche, gänzlich verschieden. Aber noch mehr; auf gar keinen Fall kann das Viereck, welches entsteht, wenn man in 100 Ellen über der Basis eine Linie parallel zur Basis legt und von den Schnittpunkten dieser Linien mit den Seitenflächen Senkrechte auf die Basis fällt, diese um 100 Ellen nach unten verlängert und die Endpunkte verbindet, ein Quadrat sein. Es ist ein Rechteck, dessen Seiten allerdings so wenig verschieden sind, dass es einem Quadrat ausserordentlich ähnlich ist, aber es ist doch immer ein Rechteck und kein Quadrat. Eine kleine Rechnung wird uns hiervon überzeugen. Wenn die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen einer Winkel 51° 51′ 14″.32 ist, 100 Ellen lang ist, so muss die andere Kathete 78.539 8... oder 25 π Ellen sein. Lege ich die kleinere Kathete in die Basis des Transversaldreiecks, die ja gleich der Seitenlänge ist, so wird, da ja nur die halbe Seitenlänge in Betracht kommt, die Differenz von 182.770 451 Ellen (halbe Seitenlänge) und 78.5398 Ellen (kleine Kathete des Dreiecks) gleich 104.2306 Ellen sein. Der Abstand vom Punkte *d* bis zum Punkte *e*, in welchem die in der Höhe von 100 Ellen parallel zur Basis gelegte Linie die Seitenflächen schneidet, ist also nicht 200 Ellen, wie Eyth annimmt, sondern 208.4612 Ellen. Die Seiten des „Quadrats" sind also nicht 200 Ellen, sondern es liegt ein Rechteck vor, dessen senkrechte Seiten *dg* und *cf* wohl 200 Ellen lang sind, dessen horizontale Seiten *de* und *gf* aber 208.4612 Ellen sind. Diese Rechnung ist selbst dann noch richtig, wenn man mit Eyth die Seitenlänge zu 365.242 Ellen ansetzt; dann ist die halbe Seitenlänge 182.621 Ellen, und die Differenz zwischen halber Seitenlänge und kleiner Kathete, deren Länge sich ja nicht ändert, da der Winkel und die grosse Kathete unverändert bleiben, beträgt 204.092 Ellen. Also auch in diesem Falle kann das „Quadrat" kein Quadrat sein, sondern muss ein Rechteck darstellen. Warum der sonst so scharfsinnige Eyth diesen prinzipiellen Fehler nicht entdeckt hat, ist mir vollkommen unverständlich.

Nun werde ich aber im folgenden nachweisen, dass die Eyth'sche Ansicht, dass das Dreieck *abc* = dem „Quadrat" *defg* = Kreis *h k* sei, mit andern Worten, dass die Quadratur des Zirkels möglich ist, doch ihre Berechtigung hat, allerdings nicht in der Form, in der sie Eyth mitgeteilt hat.

Was heisst nun die Quadratur des Kreises? Die Quadratur des Kreises bedeutet doch den Inhalt eines Kreises gleich dem Inhalt eines Quadrates von unbekannter Seitenlänge zu machen. Dieses Problem ist bisher für unlösbar gehalten worden und es ist auch unlösbar, wenn man mit ganzen Zahlen rechnet. Rechnet man aber mit irrationalen Zahlen, so lässt sich das Problem auf die einfachste Weise lösen.

Betrachten wir das Transversaldreieck der Cheops-Pyramide, dessen Seiten, Höhe und Inhalt durch die folgenden Werte ausgedrückt werden:

Basis	$\pi^2 3^{-3}$	$= 0.365\,540\,9\ldots$
Seiten	$\pi\, 3^{-3} \cdot 2\,(\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$	$= 0.295\,904\,1\ldots$
Höhe	$\pi\, 2^{-3}\, 2$	$= 0.232\,710\,5\ldots$
Inhalt	$\pi^3 3^{-6}$	$= 0.042\,532\,6\ldots$

Nun können wir den Inhalt irgend einer Fläche, in welcher die Potenz π^3 auftritt, durch den Inhalt eines Kreises von noch näher zu bestimmendem Radius ausdrücken, denn, da der Inhalt eines Kreises gleich πr^2 ist, so setzen wir

$$\pi r^2 = \pi^3 3^{-6}$$

also ist

$$r^2 = \pi^3 3^{-6} \pi^{-1} = \pi^2 3^{-6}$$

und

$$r = (\pi^3 3^{-6} \pi^{-1})^{\frac{1}{2}} = (\pi^2 3^{-6})^{\frac{1}{2}} = \pi\, 3^{-3}$$

Nun ist aber $\pi\, 3^{-3}$ gleich der halben Höhe $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ und hieraus folgt, dass der Inhalt eines Kreises, dessen Radius den Wert $\pi 3^{-3}$ besitzt, d. h. gleich der halben Höhe der Cheops-

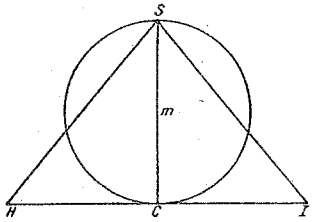


Fig. 5. Die Quadratur des Zirkels. Dreieck H S I = Kreis S m C.

Pyramide ist, dem Inhalt des Transversaldreiecks gleich ist.

Fügt man nun zwei Transversaldreiecke mit der Basis zusammen, so erhält man einen Rhombus von den folgenden Abmessungen:

Seitenlänge	$\pi\, 3^{-3} \cdot 2\,(\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}}$	$= 0.295\,904\,1\ldots$
grosse Diagonale	$\pi\, 3^{-3} \cdot 2^2$	$= 0.465\,421\,133\ldots$
kleine Diagonale	$\pi^2 3^{-3}$	$= 0.365\,540\,93\ldots$
Inhalt	$\pi^3 3^{-6} \cdot 2$	$= 0.085\,065\,2\ldots$

Natürlich können wir den Inhalt dieses Rhombus wiederum durch den Inhalt eines Kreises mit unbekanntem Radius ausdrücken; setzen wir

$$\pi r^2 = \pi^3 3^{-6} \cdot 2 = 0.085\,065\,2\ldots$$

so ist

$$r^2 = \pi^3 3^{-6} \cdot 2 \cdot \pi^{-1} = \pi^2 3^{-6} \cdot 2$$

und

$$r = \pi\, 3^{-3}\, 2^{\frac{1}{2}} = 0.164\,551\ldots$$

Es ist also der Inhalt eines Kreises der den Radius $\pi\, 3^{-3}\, 2^{\frac{1}{2}}$, d. h. das Produkt der halben Höhe der Cheops-Pyramide und der Quadratwurzel aus 2 ist, gleich dem Inhalt des Rhombus, der aus zwei Transversaldreiecken gebildet ist.

Nun ist aber vollkommen klar, dass wir den Inhalt dieses Rhombus gleich dem Inhalt eines Quadrates von unbekannter Seitenlänge setzen können, deren Wert wir jedoch auf einfachste Weise durch Radizieren bestimmen. Es ist also die Seitenlänge (s) eines Quadrates, das den Inhalt $\pi^3 3^{-6} \cdot 2$ hat

$$s = (\pi^3 3^{-6} \cdot 2)^{\frac{1}{2}} = \pi^{\frac{3}{2}} 3^{-\frac{6}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 0.291\,660\ldots,$$

folglich ist der Inhalt eines Quadrates von der Seitenlänge $(\pi^3 3^{-6} \cdot 2)^{\frac{1}{2}}$ gleich dem Inhalt eines Kreises vom Radius $\pi 3^{-3} 2^{\frac{1}{2}}$, denn

$$\left[\pi^3 3^{-6} \cdot 2)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = (\pi 3^{-3} 2^{\frac{1}{2}})^2 \times \pi = \pi^3 3^{-6} \cdot 2.$$

Damit ist der Beweis für die Quadratur des Kreises, nach welchem die Menschheit so lange gesucht hat, erbracht, denn ein Quadrat, das eine Seitenlänge von 0.291 660... Ellen, Meter oder sonst irgend ein Längenmass besitzt, muss den gleichen Inhalt wie ein Kreis haben, dessen Radius 0.16455 1... Ellen, Meter oder sonst irgend ein Längenmass ist. Nur darf nicht übersehen werden, dass alle diese Werte irrationale Zahlen sind, dass es sich also bei der praktischen Darstellung nur um Näherungswerte handeln kann, aber ist nicht schliesslich der Inhalt eines jeden Kreises nichts anders als ein Näherungswert? Darum können wir den Inhalt eines Kreises nur durch einen andern Näherungswert ausdrücken, wobei wir das Mass der Genauigkeit selbst zu bestimmen in der Lage sind.

Wir können das Problem der Quadratur des Kreises also dahin präzisieren, dass, da der Inhalt eines jeden Kreises überhaupt eine irrationale Zahl ist, dieser irrationale Wert nur dann durch den Inhalt eines Quadrates ausgedrückt werden kann, wenn dessen Seitenlänge ebenfalls einen irrationalen Wert besitzt, also geometrisch nur durch einen Näherungswert darstellbar ist. Den Inhalt eines Kreises durch ein Quadrat von gleichem Inhalt in ganzen Zahlen darzustellen, ist algebraisch und geometrisch solange unmöglich, als π nicht als ganze Zahl darstellbar ist und der Inhalt eines Kreises durch eine ganze Zahl ausgedrückt werden kann.

Nun ergibt sich für die Cheops-Pyramide folgendes:

Der Inhalt der Grundfläche ist $\pi^4 3^{-6}$, folglich ist der Radius eines Kreises von gleichem Inhalt gleich $\pi^{\frac{3}{2}} 3^{-3}$, also haben wir:

Seitenlänge eines Quadrates vom Inhalt der Grundfläche d. Cheops-Pyramide

$$= \pi^{\frac{4}{2}} 3^{-3}$$

Radius eines Kreises vom Inhalt der Grundfläche der Cheops-Pyramide

$$= \pi^{\frac{3}{2}} 3^{-3}.$$

Nun bemerken wir, dass der Unterschied zwischen Radius und Seitenlänge des Quadrates von gleichem Inhalt wiederum $\pi^{\frac{1}{2}}$ oder die Quadratwurzel aus π beträgt, um welchen Betrag die Seitenlänge des Quadrates grösser ist als der Radius des Kreises von gleichem Inhalt.

Wir können also das Gesetz der Quadratur des Kreises ganz allgemein folgendermassen formulieren:

Um den Inhalt eines Kreises durch ein Quadrat von gleichem Inhalt auszudrücken, multipliziert man den Radius dieses Kreises mit $\pi^{\frac{1}{2}}$ und erhält

auf diese Weise die Seitenlänge des Quadrates. Setzen wir ganz allgemein die Länge des Radius y, so ist $y^2\pi$ der Inhalt des Kreises und $y\pi^{\frac{1}{2}}$ die Seitenlänge des Quadrates von gleichem Inhalt, wie man sich durch Quadrieren des Wertes $y\pi^{\frac{1}{2}}$ leicht überzeugen kann.

Wählen wir ein Beispiel mit benannten Zahlen; es sei der Radius eines Kreises gleich 6 Ellen oder Meter oder Fuss oder irgend ein beliebiges Mass, so ist der Inhalt dieses Kreises gleich $6^2\pi$ gleich 2.053 452 4... Quadratellen oder Meter oder Fuss oder irgend ein beliebiges Mass. Die Seitenlänge eines Quadrates, das den gleichen Inhalt hat, ist nach obigem Gesetz $6\pi^{\frac{1}{2}}$ gleich 10.634 7... Ellen oder Meter oder Fuss oder sonst ein beliebiges Mass, denn $(6\pi^{\frac{1}{2}})^2 = 6^2\pi = 2.053\,452\,4\ldots$ Quadratellen oder Meter oder Fuss oder sonst ein beliebiges Mass.

Umgekehrt kann man natürlich auch den Inhalt eines jeden Quadrates durch den Inhalt eines Kreises angeben und man erhält den Radius dieses Kreises, wenn man die Seitenlänge dieses Quadrates mit $\pi^{-\frac{1}{2}}$ multipliziert.

Es sei die Seitenlänge eines Quadrates $= z$, so ist der Inhalt gleich z^2; der Radius eines Kreises vom Inhalt z^2 ist aber $z\pi^{-\frac{1}{2}}$, denn $(z\pi^{-\frac{1}{2}})^2 \times \pi = z^2$.

Den Wert $\pi^{-\frac{1}{2}}$ habe ich bis auf 10 Dezimalen berechnet[1]), was für alle Zwecke mehr als genügen dürfte; es ist

$$\sqrt{\frac{1}{\pi}} = \pi^{-\frac{1}{2}} = 0.564\,189\,494\,9\ldots$$

Nun entsteht die grosse Frage, haben die ägyptischen Mathematiker diese Lösung des Problems der Quadratur des Kreises gekannt? Da bin ich der Ansicht, dass dies in der Tat der Fall war, denn dass sie wussten, dass der Inhalt des Transversaldreiecks gleich dem Inhalt eines Kreises, dessen Radius die halbe Höhe der Cheops-Pyramide darstellt, ist, steht wohl ausser allem Zweifel. Von hier aus ist es aber zur Quadratur des Kreises nur ein kleiner Schritt und die Lösung ist so naheliegend, dass die ägyptischen Mathematiker dieselbe jedenfalls gefunden haben; aber sie wurde wahrscheinlich als grosses Geheimnis so sorgfältig gehütet, dass selbst die griechischen Naturphilosophen nichts davon erfuhren. Jedenfalls ist es sehr merkwürdig, dass die griechischen Mathematiker und ihre Nachfolger sich fortwährend abmühten, des Rätsels Lösung zu finden, aber dass all das heisse Bemühen vergebens war, trotzdem die Lösung ungeheuer einfach ist, da dieselbe auf nichts anderes hinausläuft als auf die Radizierung des Kreisinhaltes und die Erkenntnis der Tatsache, dass unendliche Zahlen sich immer nur durch Näherungswerte darstellen lassen, solange es nicht möglich ist, π durch eine ganze Zahl auszudrücken; jedenfalls sprechen die vielen vergeblichen Versuche der Griechen, die „Quadratur des Zirkels" zu finden, nicht sonderlich für die mathematische Begabung dieses Volkes, denn die Lösung des Problems ist doch so einfach, dass man sich erstaunt fragen muss,

[1]) $\log \pi^{-1/2} = \bar{1}.751\,425\,0$

wie es nur möglich sein konnte, dass Männer, welche die ganze Mathematik erfunden haben wollten, dieses einfache Problem nicht lösen konnten. Meiner Ansicht nach liegt gerade hierin ein Beweis für meine Auffassung, dass die Mathematik, welche die Griechen lehrten, nicht ihrem eigenen Kopfe entsprungen ist, sondern dass sie dieselbe erst bei den Ägyptern lernten. Angesichts der Tatsache, dass die alten Ägypter jedenfalls die „Quadratur des Zirkels" kannten, wäre es höchst interessant, einmal eine Geschichte der vielen Versuche dieses Problem zu lösen, zu schreiben, denn es wurde nachgerade für so unlösbar gehalten, dass man die „Quadratur des Zirkels" einfach mit andern unlösbaren Problemen, wie die Auffindung des Steins der Weisen oder der Entdeckung des Perpetuum mobile identifizierte.

4. Bemerkungen über die Konstruktion der Cheops-Pyramide.

Es ist nun geradezu selbstverständlich, dass man die Frage aufwirft: Wie haben die Erbauer der Pyramide den Winkel von 51° 51′ 14″.32 hergestellt, der, wie durch die glücklichen Funde der Verschalsteine einwandfrei erwiesen ist, tatsächlich mit dieser Genauigkeit zum Ausdruck gebracht wurde. Es ist unmöglich anzunehmen, dass ein Winkelmesser zur Verwendung gelangte, denn um Hundertstel von Sekunden genau darzustellen, müsste derselbe so ungeheuerliche Dimensionen gehabt haben, dass irgendwelche feinere Operationen, wie sie die Darstellung eines Winkels von 51° 51′ 14″.32 doch ist, praktisch damit gar nicht ausgeführt werden konnten. Mikrometerschrauben, Theodolite oder Mikroskope gab es damals aber noch nicht, also wie wurde der Winkel 51° 51′ 14″.32 mit dieser Genauigkeit hergestellt?

Da gibt es meiner Ansicht nach nur einen einzigen Weg, nämlich die Herstellung eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Seiten so genau abgemessen wurden, dass sie Winkel von 51° 51′ 14″.324 4... und 30° 8′ 45″.675 6 bildeten. Am nächsten liegt es in der Mitte einer Linie, die 365 540 903 744 Längeneinheiten gemacht wurde, eine Senkrechte zu errichten, die 232 710 566 932 von denselben Längeneinheiten war und dann den Endpunkt dieser Linie mit den beiden Endpunkten der Basis zu verbinden. Auf diese Weise erhalten wir ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Basiswinkel 51° 51′ 14″.3244 sein wird und dessen Genauigkeit nur von der Genauigkeit, mit der wir Basis und Höhe des Dreiecks abgemessen haben, abhängt. Es ist auch weiter klar, dass wir statt des gleichschenkligen Dreiecks dessen eine Hälfte wählen können, in diesem Falle muss natürlich die kleinere Kathete gleich der Hälfte der Basis, also 182 770 456 872 Einheiten sein. Nun beachte man, dass es vollkommen gleichgültig ist, wieviel Ganze wir nehmen, d. h. wo wir das Dezimalzeichen setzen, wir können die Längen der beiden Linien

	0.365 540 903 744..	Einheiten
und	0.232 710 566 932..	„
oder	365.540 903 744...	„
und	232.710 566 932...	„
oder	365 540.903 744...	„
und	232 710.566 932...	„

oder irgend eine sonstige beliebige Zahl von Einheiten machen, das Verhältnis der beiden Linien, nämlich $\frac{\pi}{4} = 0.785\,398\,188\ldots$, und hierauf kommt es einzig und allein an, wird immer dasselbe sein, wobei natürlich nicht übersehen werden darf, dass bei den Längen das Dezimalzeichen an der gleichen Stelle steht, oder, was dasselbe ist, mit der gleichen Potenz von 10 multipliziert wird.

Es ist nun klar, dass die Wahl der Längeneinheit gleichgültig ist, dass wir also deren Grösse vollkommen willkürlich bestimmen können. Je kleiner die gewählte Längeneinheit sein wird, umso grösser wird die Zahl der Ganzen, aber um so schwieriger die Darstellung von Dezimalen dieser Einheit sein; je grösser die gewählte Einheit ist, um so kleiner wird die Zahl der Ganzen, aber um so leichter die Herstellung von Dezimalen sein, wobei immer im Auge zu behalten ist, dass die Länge der beiden Linien eine gewisse, leichthandliche Grösse nicht übersteigen darf.

Nehmen wir einmal an, die gewählte Längeneinheit sei 1 mm[1]), also in Anbetracht der mechanischen Hilfsmittel vor 4000 Jahren bereits eine recht geringe Grösse. Machen wir dann die kleinere Kathete unseres Dreiecks 1827.704 568 72 mm, die Höhe 2327.105 669 32 mm, so erhalten wir ein bereits recht unhandliches Instrument, da dasselbe beinahe $2^1/_3$ Meter hoch und mehr als $1^3/_4$ Meter breit ist. Weiter sehen wir, dass bei der kleinen Kathete die 3. Dezimale, also die Tausendstel Millimeter eine 4, bei der Höhe eine 5 ist; wenn also die Katheten des Dreiecks genau gemacht werden sollten, so müssten Längen von $\frac{4}{1000}$ resp. $\frac{5}{1000}$ Millimeter dargestellt werden. Das war aber mit elementaren Hilfsmitteln einfach unmöglich, selbst die moderne Technik kann z. B. bei den Beugungsgittern die Länge von 1 mm höchstens 1700 mal teilen, also Zehntausendstel eines Millimeters können wir zur Not noch darstellen. Daraus folgt, dass bei einem Dreieck, dessen Katheten 1827.704 568 72 mm und 2327.105 669 32 mm sein sollten, die grösste erreichbare Genauigkeit höchstens bis zur 4. Dezimale gehen würde. Allein, ob es technisch möglich wäre, eine Länge von 1827.704 5 mm bis auf ein Zehntausendstel mm genau darzustellen, will mir selbst bei unserer hochentwickelten Technik etwas zweifelhaft erscheinen, geschweige denn war dies bei der bei weitem weniger entwickelten Technik der Ägypter möglich.

Wir sehen also, dass sich dieser Darstellung von vornherein praktische Schwierigkeiten entgegenstellten. Man könnte ja annehmen, dass die ursprünglich gewählte Längeneinheit noch kleiner als ein Millimeter war, sagen wir z. B. eine Haaresbreite, aber dann vergegenwärtige man sich, welche ungeheuerlichen Fehler bei der Summierung einer so geringen Grösse mittels elementarer Hilfsmittel entstehen würden. Die auf diese Weise erlangten Grössen wären so ungenau, dass der Winkel jede andere Grösse als 51° 51′ 14″.32 haben würde.

[1]) Man missverstehe mich nicht; Millimeter gab es vor 4000 Jahren natürlich noch nicht. Ich meine damit, man wähle eine Längeneinheit, deren Grösse der eines modernen Millimeters entspricht.

Auf irgend eine Weise müssen aber die Katheten des Grunddreiecks mit so grosser Genauigkeit hergestellt worden sein, dass der Winkel 51° 51′ 14″ war. Betrachten wir nun die rein abstrakten Zahlenwerte, so sehen wir, dass im Zahlenwert der beiden Katheten jeweils die 6. Zahl eine Null ist. Vernachlässigen wir also die folgenden Zahlen und schreiben die Grundwerte 182 770 und 232 710, aus denen wir den Wert der Kotangente des Neigungswinkels berechnen, so ist:

$$cotg\ n = \frac{18\,277}{23\,272} = 0.785\,398\,135\,01\ldots$$

Dieser Wert wäre also gegen den theoretischen Wert der Kotangente des Winkels n, nämlich $\frac{\pi}{4}$, um 0.000 000 028 38... zu klein.

Nun sieht man aber ohne weiteres, dass, da die ersten 7 Dezimalen des theoretischen Wertes und des vermittels der beiden Näherungswerte erhaltenen Näherungswertes der Kotangente übereinstimmen, der hieraus berechnete Winkel bis auf zehntausendstel Sekunden mit dem theoretischen Winkel übereinstimmt, denn

$$cotg\ 51^0\,51'\,14''.3244 = 0.785\,398\,1\ldots,$$

mit andern Worten, der Unterschied zwischen der theoretischen Grösse des Neigungswinkels n und der vermittels der Näherungswerte errechneten, kann nur Hunderttausendstel von Sekunden betragen, eine so verschwindend kleine Grösse, dass sie bei der praktischen Darstellung überhaupt nicht in Betracht kommen kann.

Wir sehen also, dass wir mit den beiden Näherungswerten 18 277 und 23 271 den Neigungswinkel n mit der grössten Genauigkeit bestimmen können, und dadurch wird auch die oben aufgeworfene Frage nach der tatsächlichen Grösse der Seitenlänge und Höhe der Cheops-Pyramide beantwortet. Wenn die Seitenlänge der Cheops-Pyramide 365.54 Ellen und ihre Höhe 232.71 Ellen ist, dann wird der Neigungswinkel der Seitenflächen genau die theoretisch geforderte Grösse von 51° 51′ 14″.3244 besitzen.

Welche Längeneinheit die Ägypter wählten, ist vorläufig nicht zu sagen. Nehmen wir an, sie wählten den Zoll, von denen 25 auf eine Elle gehen, als Längeneinheit, so war die eine Kathete 18.277 Zoll, die andere 23.271 Zoll lang; bei dieser Grösse mussten also Tausendstel von Zoll genau dargestellt werden. Nun ist aber 1 ägyptischer Zoll = 25.464 790 88 mm, also 0.001 Zoll = 0.025 464 790 88 mm und hieraus würde folgen, dass die alten Ägypter eine so kleine Grösse wie 25 μ praktisch darstellen konnten. Eine Strecke, die ungefähr die Länge der folgenden Linie hat,

25.464 mm

auf elementarem Wege in 1000 Teile zu zerlegen, erscheint als praktische Unmöglichkeit. Es muss aber trotzdem einen Weg geben, auf welchem ein

Normaldreieck, das den ganz genauen Neigungswinkel n enthält, hergestellt werden konnte, ohne dass es erforderlich war, minutiöse Teilungen auf elementarem Wege auszuführen.

Nach längerem Überlegen bin ich zu folgendem Schlusse gekommen. Das Normaldreieck muss dem Transversaldreieck ähnlich sein. Wie gross absolut genommen seine Seiten sind, ist vollkommen gleichgültig, solange nur Basis zur Höhe in demselben Verhältnis wie 36 554 : 23 271 steht. Nimmt man nun an, das Normaldreieck würde aus einem Dreieck, dessen Seiten 36 554 (resp. 18 277) und 23 271 Längseinheiten waren, durch fortgesetzte Halbierung der Seiten abgeleitet, so könnte eine bis ins kleinste gehende Teilung erreicht werden, ohne dass man zur praktischen Darstellung sehr kleiner Grössen gezwungen war. Hierbei darf nicht übersehen werden, dass durch die fortgesetzte Teilung etwa vorhandene Fehler immer kleiner wurden. Nehmen wir einmal an, auf einer Ebene würde eine Länge von 365.54 Ellen genau abgesteckt, was die ägyptischen Mathematiker jedenfalls ohne grosse Schwierigkeiten ausführen konnten. Aber selbst, wenn diese Länge etwas zu gross war, so verminderte sich dieser Fehler bei der Teilung rapide. Diese Strecke würde nun sorgfältig halbiert und diese Halbierung so lange fortgesetzt, bis etwa nach 8maliger Halbierung, also nach einer Teilung durch 2^8 eine handliche Grösse erreicht wurde. Dividiert man eine Länge von 365.54 Ellen durch 2^8, so erhält man eine Länge von 1.427 890 625 Ellen, eine Grösse, die durch 8malige Halbierung der ursprünglichen Länge auch geometrisch mit der allergrössten Genauigkeit darstellbar ist. In ähnlicher Weise würde die Länge von 232.71 Ellen geteilt und auf diese Weise für die Basis die Länge von 1.427 890 625 Ellen = 35.697 265 625 Zoll, für die Höhe die Länge von 0.783 632 812 5 Ellen = 19.590 820 312 5 Zoll erhalten. Ein Dreieck, das die obigen Masse besitzt, wird aber $\frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$ der natürlichen Grösse des Transversaldreiecks sein, und eine durchaus handliche Grösse besitzen, wobei sogar nicht ausgeschlossen ist, dass der Masstab $\frac{1}{2^9} = \frac{1}{512}$ der natürlichen Grösse war.

Das rechtwinklige Dreieck[1]), das als Modell für die Lehre diente, wird also eine kleine Kathete von 0.713 945 312 5 Ellen = 17.848 632 812 5 Zoll und eine grosse Kathete von 0.783 632 812 5 Ellen = 19.590 820 312 3 Zoll gehabt haben.

Der Kern der ganzen Frage wird ja dadurch nicht berührt, wie die Form des Normaldreiecks, oder die der, nach demselben kopierten, Lehren war. Ich nehme nun an, dass nach dem Modell eines mit allergrösster Sorgfalt und Genauigkeit hergestellten Normaldreieckes, das wir uns als gleichschenkliges Dreieck des verkleinerten Abbildes des Transversaldreieckes

[1]) Ich gehe hierbei von der allerdings unbewiesenen Voraussetzung aus, dass die Lehre in Gestalt eines rechtwinkligen Dreiecks, das den Neigungswinkel n nur auf einer Seite besitzt, angefertigt würde; doch ist mit der Möglichkeit, dass die Form eines gleichschenkligen Dreiecks, das ein im Masstab $^1/_{256}$ resp. $^1/_{512}$ verkleinertes Abbild des Transversaldreiecks war, zu rechnen. Vielleicht geben einmal glückliche Funde hierauf die Antwort.

der Cheops-Pyramide, oder als dessen Hälfte, in Form eines rechtwinkligen Dreiecks denken können, das möglicherweise ein sorgfältig gehütetes Heiligtum bildete, Metallehren angefertigt wurden, die bei der Bearbeitung der Verschalsteine zur Verwendung gelangten. Ob deren Winkel genau 51° 51′ 14″.3244 war, hing in letzter Linie von der Sorgfalt des Arbeiters ab. Die theoretische Bestimmung des Neigungswinkels war einfach genug, aber die praktische Darstellung erforderte eine ganz ungemeine Sorgfalt. Es gab hierbei mindestens drei Fehlerquellen, welche eine praktische Darstellung ganz ungemein schwierig machten. In erster Linie hing alles von der Genauigkeit des Normaldreiecks ab, dann von der Genauigkeit der hiervon kopierten Lehren und schliesslich von der Genauigkeit, mit welcher der Arbeiter den Winkel der Lehre auf ein schwer zu behandelndes Material, wie Stein, übertrug. Dass angesichts dieser enormen Schwierigkeiten die Verschalsteine doch so genau gearbeitet waren, dass sie den theoretischen Neigungswinkel bis auf zehntel, ja vielleicht bis auf hundertstel Sekunden genau darstellten, muss uns mit der allergrössten Bewunderung für die Sorgfalt der alten Ägypter erfüllen.

Natürlich können wir auch die Masse in Meter umrechnen, indem wir die entsprechenden Grössen nur mit $\pi^{-1}2$ multiplizieren. Dann erhalten wir für die Basis die Länge von 232.71 resp. 116.355 Meter, für die Höhe die Länge von 148.148 Meter. Um also ein winkeltreues Dreieck, das im genauen Verhältnis zum Transversaldreieck steht, in Meter herzustellen, machen wir die Basis 232.71 mm und errichten in der Mitte eine Senkrechte, die wir 148.148 mm machen. Verbinden wir die Endpunkte, so wird das Dreieck genau im Masstab $\frac{1}{1000}$ der natürlichen Grösse dargestellt sein.

Der Vollständigkeit halber möchte ich erwähnen, dass es noch einen andern Weg zur Herstellung des Normaldreiecks gibt. Wenn die Kotangente den Wert $\frac{\pi}{4}$ hat, so brauchen wir die dem Winkel n gegenüberliegende Kathete 4, die anliegende aber $\pi = 3.141\,592\,653$ Einheiten zu machen, um einen Winkel von 51° 51′ 14″.3244 zu erhalten. Die Schwierigkeit liegt in diesem Falle in der genauen geometrischen Darstellung des Wertes π. Es könnte natürlich der Näherungswert 3.1416 anstelle der unendlichen Zahl treten und die Länge der kleinen Kathete würde dann 314.16 Ellen gemacht. Es war dann die Länge der grossen Kathete 400 Ellen; durch fortgesetzte Halbierung beider Grössen bis durch die Werte $\frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$ würde schliesslich

für die Basis die Länge von 1.227 187 5 Ellen = 30.679 689 25 Zoll
„ „ Höhe „ „ „ 1.5625 „ = 39.065 „

erhalten. Es ist dann

$$cotg\ n = \frac{1.227\,1875}{1.5625} = 0.785\,400\,0.$$

Der Wert der Kotangente wäre also gegen den theoretischen Wert um 0.000 001 9 zu gross und aus diesem Wert berechnet sich der Neigungswinkel

auf 51° 51′ 14″.07. Ein Winkel, der gegen den theoretisch berechneten Winkel um 0.25, also um eine Viertel Sekunde zu klein wäre.

Den genauen Wert erhält man aber, wenn man die Strecke statt 314.16 Ellen 314.159 26 Ellen machen würde, da aber diese Darstellung, um genau zu sein, die Konstruktion so kleiner Werte, wie Hunderttausendstel von Ellen erfordern würde, dies aber praktisch unmöglich sein dürfte, so ist wohl anzunehmen, dass als Grundlage für die Konstruktion des Normaldreiecks, das als Modell für die Lehren diente, die Längen 365.54 Ellen (resp. 182.77 Ellen) und 232.71 Ellen in Anwendung gebracht wurde.

Man könnte sich also vorstellen, dass ein Kreis mit einem beliebigen Radius x, der gleich 1 gesetzt wird, konstruiert wurde. Es ist vollkommen gleichgültig, wie gross die absolute Länge des Radius war; derselbe mag eine, zwei oder mehr Ellen oder ein, zwei oder mehr Zoll gewesen sein, der Umfang wird immer 2π mal die Länge des Radius sein. Konstruieren wir uns nun ein rechtwinkliges Dreieck, dessen grössere Seiten wir 4 Radiuslängen machen, so müsste die kleinere Seite genau die Hälfte des Kreisumfangs, der mit dem Radius x beschrieben ist, sein. Es käme also alles darauf an, wie genau sich die Länge des Halbkreises π durch Umwandlung in eine gerade Linie darstellen lässt. Je genauer also Halbkreis π in eine gerade Linie umgewandelt werden konnte, um so genauer war das Dreieck, dessen Katheten 4 und π Einheiten Länge hatten. Man könnte vielleicht zur Annahme gelangen, dass, da, wie ich oben sagte, die genaue geometrische Darstellung von π grosse Schwierigkeiten macht, der Näherungswert 3.1416, aber fühlbar ungenau ist, durch mühevolles Abtragen kleinster Stücke des Halbkreises, also kleinster Polygonseiten, und Summierung derselben eine Länge erhalten wurde, welche genau π mal die Länge des Radius war. Diese Länge stellte dann die Länge der kleinen Kathete dar, wenn die grosse 4mal die Länge des Radius hatte. Ich bin nicht in der Lage, eine Entscheidung treffen zu können, welche Methode von den ägyptischen Mathematikern gewählt wurde; die erstere ist natürlich die praktisch einfachere, aber gröbere, Elementar-Methode, die zweite die elegantere, aber schwierigere, die jedoch nach mühevoller Arbeit im Studierzimmer des Tempels ausgeführt werden konnte.

Die Antwort auf die Frage: Wie haben es die Ägypter gemacht, dass sie einen Winkel von 51° 51′ 14″.32 praktisch darstellen konnten, ist also nicht ganz sicher zu geben. Meiner Ansicht nach wird die erste Form die wahrscheinliche gewesen sein, wobei es sich nur darum handeln konnte, ob die Lehren in Form eines gleichschenkligen oder eines rechtwinkligen Dreiecks angefertigt wurden. Im übrigen überlasse ich weitere Ausführungen über die Konstruktion der Cheops-Pyramide der Feder eines praktischen Architekten oder Ingenieurs; mir kam es hier nur darauf an, eine Erklärung, auf welche Weise der schwierige Winkel der Verschalsteine so genau festgestellt wurde, zu finden.

Dritter Abschnitt:

Die aus der Kreuzung von Raumlinien entstehenden Körper nebst ihren Schnittflächen.

Der Magén David oder Schild Davids.

1. Allgemeines.

Diesen Abschnitt möchte ich beinahe mit der Entschuldigung, denselben überhaupt geschrieben zu haben, beginnen, denn eine Beschreibung von auf gedachten Linien aufgebauten Körpern möchte von vornherein, ohne tieferes Eindringen in die Materie, als reines Phantasiegebilde erscheinen. Je mehr man sich aber in diese Probleme vertieft, um so mehr gelangt man zur Erkenntnis, dass die hier dargestellten Formen nicht etwa das Resultat einer überhitzten Einbildungskraft sind, sondern dass man es mit sehr realen Vorstellungen zu tun hat, die logisch vollkommen begründet sind. Je eingehender man sich mit diesen merkwürdigen Körpern beschäftigt, um so bestimmter wird man die Überzeugung erlangen, dass dieselben von vornherein im Plan der Cheops-Pyramide festgelegt sind, und den Erbauern derselben genau so im Bilde vorgeschwebt haben werden, wie ich dieselben hier beschreibe. Der einzige Unterschied ist wahrscheinlich nur der, dass die Architekten der Cheops-Pyramide viel genauer als ich wussten, was diese Körper bedeuteten und wie dieselben aus der Durchdringung der verschiedensten Pyramidengruppen entstehen. Wären diese Körper Ausgeburten meiner eigenen Einbildungskraft, dann müsste ich mich für ein gewaltiges mathematisches Genie halten, denn nur ein ganz hervorragender Mathematiker könnte diese Körper frei aus sich heraus erdenken, ich aber habe dieselben nur als das logische Resultat bestimmter, unbestreitbarer Prämissen gefunden, selbständig erdacht habe ich dieselben nicht.

Leider muss ich mich vorläufig auf die allerkürzesten Andeutungen beschränken und ich muss den, der sich für diesen Abschnitt besonders interessiert, auf das später erscheinende ausführliche Werk verweisen. Ich kann hier nur beschreiben, wie ich zur Entdeckung dieser Körper gelangte, aber ich will wenigstens die wichtigste und bedeutsamste Schnittfläche, den Magén David oder den Schild Davids ausführlicher besprechen.

Wenn man die fünf Punkte, in welchen die eingeschriebene Kugel die fünf Flächen der Cheops-Pyramide, nämlich die vier Seitenflächen und die Grundfläche berührt, durch gedachte Linien, die ich Raumlinien nenne, verbindet, so erhält man wiederum eine quadratische Pyramide,

jedoch von ganz besonderer Art. (Fig. 6.) Man sieht auf den ersten Blick, dass diese Pyramide viel spitzer ist als die Cheops-Pyramide, dass sie mit Bezug auf die Grund-Pyramide, d. h. die Cheops-Pyramide, auf dem Kopfe

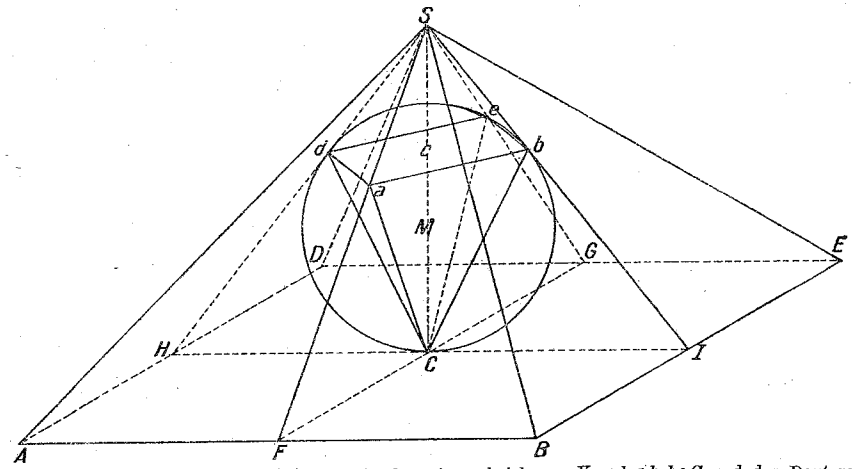


Fig. 6. Die Cheops-Pyramide $P(+0)$ mit der eingeschriebenen Kugel $a\,b\,d\,e\,C$ und der Deutero-Kombinations-Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$.

M = Mittelpunkt der eingeschr. Kugel, $a\,b\,d\,e\,C$ = Berührungspunkte der eingeschr. Kugel mit den Seitenflächen der Cheops-Pyramide, $A\,B\,D\,E\,S = P(+0)$ Cheops-Pyramide, $a\,b\,d\,e\,C = \underset{1}{p}(-2)$.

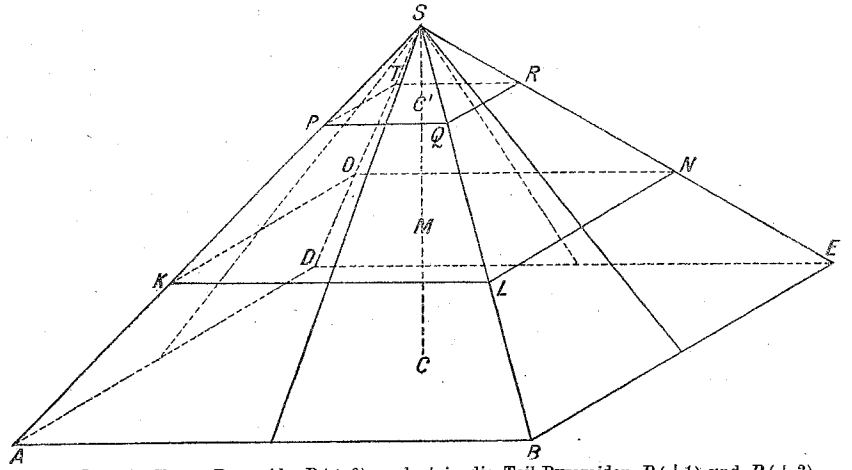


Fig. 7. Die Cheops-Pyramide $P(+0)$ zerlegt in die Teil-Pyramiden $P(+1)$ und $P(+3)$. $A\,B\,D\,E\,S = P(+0)$, $K\,L\,N\,O\,S = P(+1)$, $P\,Q\,R\,T\,S = P(+3)$, M = Mittelpunkt der eingeschr. Kugel.

steht, d. h. dass sie ihre Spitze gegen die Grundfläche, ihre Basis aber gegen die Spitze derselben richtet und um 45° gegen die Grundfläche der Cheops-Pyramide gedreht ist. Ich bezeichne diese Pyramide mit dem Symbol $\underset{1}{p}(-2)$. Es ist unmöglich, an dieser Stelle den Grund dieser scheinbar

so komplizierten Bezeichnung zu erklären, ich bitte den Leser, dieselbe zu akzeptieren, ich werde weiter unten die Gründe, welche zu dieser Bezeichnung führten, kurz erläutern. Hier kann ich nur so viel sagen, dass diese Bezeichnung in einem sehr merkwürdigen mathematischen Gesetz begründet ist. Es machte mir nun sehr viel Mühe, die Beziehungen dieser, in ihrem ganzen Typus so sehr von der gedrungenen Form der Cheops-Pyramide abweichenden Pyramide zu letzterer herauszufinden, denn dass solche bestehen mussten, war mir von vornherein klar, und ich sagte mir, dass ebenso, wie ich die Elemente der Cheops-Pyramide durch algebraische Werte ausdrücken kann, so muss dies auch bei der neuen Pyramide möglich sein.

Nun ging ich aber noch einen Schritt weiter. Ich legte durch den Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel eine Ebene parallel zur Grundfläche

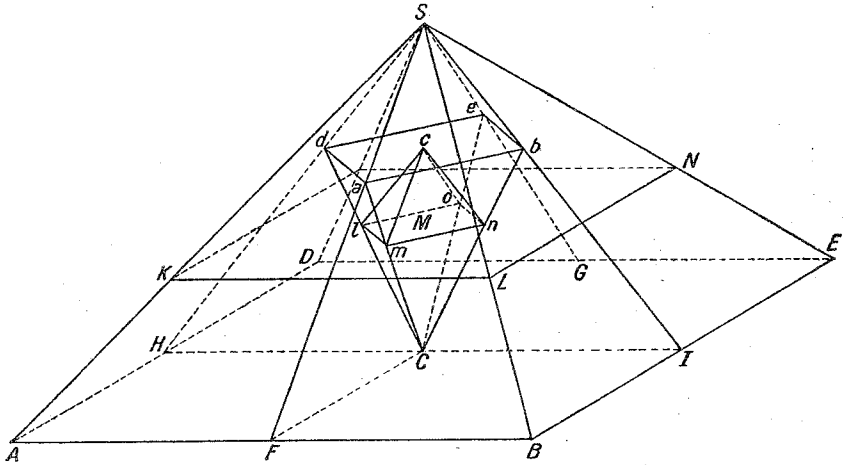


Fig. 8. Die Cheops-Pyramide $P(+0)$ mit der Deutero-Kombinations-Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ und der Deutero-Pyramide $p(+3)$.
$A\,B\,D\,E\,S = P(+0)$, $a\,b\,d\,e\,C = \underset{1}{p}(-2)$, $l\,m\,n\,o\,c = p(+3)$, M = Mittelpunkt der eingeschr. Kugel.

und zerlegte dadurch die Grund-Pyramide in eine kleinere, ihr ähnliche Teil-Pyramide und einen Pyramidenstumpf (Fig. 7). Diese Überlegung, d. h. die Zerlegung der Grund-Pyramide in Teil-Pyramiden, hat sich als ungemein fruchtbar erwiesen, denn als logische Folge des Versuches, die Elemente dieser Pyramiden durch algebraische Werte auszudrücken, ergaben sich die Reihen mit all ihren weittragenden Schlussfolgerungen. Wiederum muss ich den Leser auf das ausführliche Werk verweisen. Es ergaben sich aber zunächst sehr merkwürdige Beziehungen zwischen der Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ und einer neuen Pyramidenart, die ihrerseits in engerer Beziehung zum Typus der Grund-Pyramide zu stehen schien als jene. Es wird nämlich die Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ die durch den Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel gelegte Ebene in vier Punkten schneiden (Fig. 8). Betrachtet man diese vier Punkte als die Eckpunkte der Grundfläche einer quadratischen Pyramide, deren Spitze im Mittelpunkt der Basis von $\underset{1}{p}(-2)$ liegt, so erhält man eine weitere Art von Pyramiden, die in ihrer gedrungenen Form der Cheops-Pyramide sehr ähnlich ist, aber bei genauerer Untersuchung sich doch als verschieden erweist. Diese Pyramide erhält das Symbol $p(+3)$, warum kann ich hier nicht erklären. Untersucht man die Pyramide $p(+3)$ genauer, so findet man zunächst, dass dieselbe zwar gleichsinnig mit der Cheops-Pyramide gerichtet ist, ihre Grundfläche aber gegen die der ersteren, ebenso wie $\underset{1}{p}(-2)$, um 45° gedreht ist.

Ich gebe nun den Pyramiden vom Typus der Cheops-Pyramide das Symbol P und bezeichne die Teil-Pyramiden fortlaufend $P_1\,P_2\,P_3$ usw., so dass also die Grund-Pyramide, d. h. Cheops-Pyramide das Symbol P_0 hat. Diese Pyra-

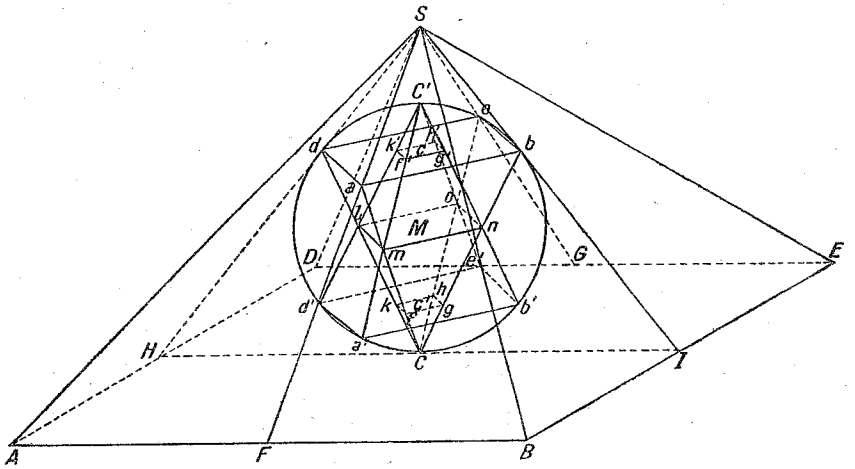


Fig. 9. Die Cheops-Pyramide $P(+0)$ mit den Deutero-Kombinations-Pyramiden $\underset{1}{p}(-2)$ und $\underset{1}{p}(+2)$, der Deutero-Kombinations-Bi-Pyramide $\underset{1}{p}(\pm 3)$ und der beiden Deutero-Kombinations-Pyramiden $\underset{1}{p}(+5)$ und $\underset{1}{p}(-5)$ und der eingeschriebenen Kugel.
$A\,B\,D\,E\,S = P(+0)$ Cheops-Pyramide, $a\,b\,d\,e\,C = \underset{1}{p}(-2)$, $a'\,b'\,d'\,e'\,C' = \underset{1}{p}(+2)$, $l\,m\,n\,o\,C'\,C' = \underset{1}{p}(\pm 3)$, $f\,g\,h\,k\,C = \underset{1}{p}(-5)$, $f'\,g'\,h'\,k'\,C' = \underset{1}{p}(+5)$, M = Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel.
$\left.\begin{matrix} a\ b\ e\ d\ C' \\ a'\ b'\ e'\ d'\ C \end{matrix}\right\}$ eingeschr. Kugel.

miden nenne ich Proto-Pyramiden. Nun kann man im Innern einer jeden quadratischen Proto-Pyramide eine andere Pyramide von genau dem halben Inhalt der umhüllenden Proto-Pyramide konstruieren, aber, um diese Forderung zu erfüllen, muss bei gleichbleibender Höhe die Grundfläche der neuen Pyramide um 45° gegen die Umhüllungs-(Proto-)Pyramide gedreht sein. Diese Art von Pyramiden nenne ich Deutero-Pyramiden und gebe denselben das Symbol p; es entspricht also jeder Proto-Pyramide eine Deutero-Pyramide von dem halben Inhalt wie erstere, deren Eckpunkte genau in der Mitte der Seitenlängen der umhüllenden Proto-Pyramide liegen. Es

stellt daher das Transversal-Dreieck einer Proto-Pyramide stets das Diagonal-Dreieck der zugehörigen Deutero-Pyramide dar; also ist bei gleichbleibender Höhe

Seitenlänge	der	Proto-Pyramide	=	Diagonale	der	Deutero-Pyr.
Seitenhöhe	,,	,,	,,	= Polkante	,,	,,	,,
Neigungswinkel	,,	,,	,,	= Polkantenwinkel	,,	,,	,,

Somit haben wir zur Bezeichnung der Symbole für die

Reihe der Proto-Pyramiden: $P(0)\ P(1)\ P(2)\ P(3)$ usw. bis $P(n)$,
Reihe der zugehörigen Deutero-Pyramiden: $p(0)\ p(1)\ p(2)\ p(3)$ usw. bis $p(n)$.

Es war nun klar, dass die oben erwähnte Pyramide $p(+3)$, da sie um 45° gegen die Grund-Pyramide gedreht war, zu den Deutero-Pyramiden gehören musste, mit andern Worten, ihre Diagonale musste die Seitenlänge, ihre Polkante die Seitenhöhe und ihr Polkantenwinkel der Neigungswinkel der Seitenflächen der zugehörigen Proto-Pyramide sein. Da diese Proto-Pyramide aber der Grund-Pyramide, also der Cheops-Pyramide ähnlich sein muss, so war auf diese Weise die Verbindung zwischen dieser neuen Pyramiden-Form und der Cheops-Pyramide hergestellt. Es erwies sich nun, dass die zu dieser Deutero-Pyramide gehörige Proto-Pyramide diejenige Teil-Pyramide war, welche man erhält, wenn man eine Tangentialebene parallel zur Grundfläche der Cheops-Pyramide an die eingeschriebene Kugel legt (siehe Fig. 7). Diese Pyramide hat aber das Symbol $P(+3)$; es muss also die zugehörige Deutero-Pyramide das Symbol $p(+3)$ erhalten.

Wenn es also verhältnismässig nicht schwierig war, die Beziehungen von $p(+3)$ zu der Cheops-Pyramide aufzudecken, um so schwieriger war es, die Beziehungen der schlankeren, auf der Spitze stehenden Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ zu dieser zu entdecken. Ich kann an dieser Stelle den Weg, auf dem ich dazu gelangte, diese Beziehungen aufzufinden, nicht schildern, derselbe wird in dem umfangreicheren Werk dargelegt werden. Es genügt, so viel zu sagen, dass bei dieser Pyramide die Seitenlänge der Proto-Pyramide $P(+2)$ mit der Höhe der Proto-Pyramide $P(+1)$ kombiniert ist. Ich nenne diese Art von Pyramiden darum Kombinations-Pyramiden. Es ist nun weiter klar, dass wir wiederum zwischen Proto- und den zugehörigen Deutero-Kombinations-Pyramiden unterscheiden müssen. Da die Pyramide, welche entsteht, wenn man die fünf Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel mit den Seitenflächen der Cheops-Pyramide durch Raumlinien verbindet, gegen die Cheops-Pyramide um 45° gedreht ist, so musste diese eine Deutero-Pyramide sein und somit das Buchstabensymbol p erhalten.

Nun ist es aber wiederum klar, dass das Symbol der Kombinations-Pyramiden von dem der einfachen Pyramiden verschieden sein muss, und nach vielem Probieren habe ich die folgende Bezeichnungsweise gewählt. Ich habe oben gesagt, dass in dieser Pyramide die Seitenlänge der Proto-Pyramide $P(+2)$ mit der Höhe der Proto-Pyramide $P(+1)$ kombiniert ist. Die Ordnungszahl oder der Index derjenigen Proto-Pyramide, welcher die Höhe

entnommen ist, ist also um 1 kleiner als diejenige, welcher die Seitenlänge angehört. Ich schreibe also das Symbol einer Kombinations-Pyramide derart, dass ich derselben als Ordnungszahl den Index der Proto-Pyramide gebe, welcher die Seitenlänge entnommen ist und unter das Buchstabensymbol, also P für die Proto-Pyramiden und p für die zugehörigen Deutero-Pyramiden diejenige Zahl setze, welche angibt, um wieviel Einheiten der Index derjenigen Proto-Pyramide, welcher die Höhe angehört, kleiner ist, als der Index derjenigen Proto-Pyramide ist, welcher die Seitenlänge angehört. Das scheinbar so komplizierte Symbol $\underset{1}{p}(-2)$ besagt also ohne weiteres, dass damit eine Deutero-Kombinations-Pyramide ausgedrückt ist, welche zu einer Proto-Kombinations-Pyramide, bei welcher die Seitenlänge der Proto-Pyramide $P(2)$ mit der Höhe der um eine Einheit kleineren Proto-Pyramide $P(1)$ kombiniert ist, gehört. Da aber jede Pyramide, so wie der Sprachgebrauch sie auffasst, nur die Hälfte einer Doppel- oder Bi-Pyramide ist, bei welcher wir eine positive (nach oben) und eine negative (nach unten) gerichtete Hälfte unterscheiden können, so sehen wir, dass in dem Falle, in welchem die fünf Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel durch Raumlinien verbunden werden, die negative, d. h. nach unten gerichtete Hälfte einer Pyramide entsteht, die um 45° gegen die Grund-Pyramide gedreht ist, also eine Deutero-Pyramide ist, deren Diagonale, welche ja gleich der Seitenlänge der zugehörigen Proto-Pyramide ist, die Seitenlänge der, durch die vier Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel mit den Seitenflächen parallel zur Grundfläche gelegten Ebene, abgetrennten Teil-Pyramide $P(2)$ ist, während ihre Höhe die Höhe der Teil-Pyramide $P(1)$ ist, welche durch die, durch den Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel parallel zur Grundfläche gelegte Ebene abgetrennt wird.

Man sieht also, dass dies recht komplizierte Beziehungen sind, deren Aufdeckung ungemein schwierig war und die dadurch noch viel komplizierter wurden, dass unter den durch Raumlinien gebildeten Körpern Pyramiden auftraten, die noch gedrungener oder flacher wie die Cheops-Pyramide waren. Die Untersuchung dieser Pyramiden ergab, dass in diesem Falle die Höhe einer Proto-Pyramide, deren Index um 1 Einheit grösser ist als der Index derjenigen Proto-Pyramide, welcher die Seitenlänge angehört, mit dieser kombiniert war. Ich habe darum diejenige Zahl, welche angibt, um wie viel Einheiten der Index derjenigen Pyramide, welcher die Höhe entnommen ist, grösser ist als der Index derjenigen Zahl, welcher die Seitenlänge angehört, über den Buchstaben P oder p gesetzt. Es würde also das Symbol $\overset{1}{p}(-2)$ bedeuten, dass dies die negative Hälfte einer Deutero-Kombinations-Pyramide wäre, die zu einer Proto-Kombinations-Pyramide gehört, deren Seitenlänge der Proto-Pyramide $P(+2)$ angehört, während ihre Höhe der Proto-Pyramide $P(+3)$ entnommen ist.

Das Gesetz dieser Kombinations-Formen ist in meinem grösseren Werke ausführlich dargelegt, aber man wird fragen, warum ich eine so scheinbar belanglose Sache mit solcher Ausführlichkeit behandelt habe. Da sei denn gleich gesagt, dass aller Wahrscheinlichkeit nach die ganze

ägyptische Architektur, namentlich aber die Abmessungen und Winkel der Pylonen und Obelisken, auf die Kombinations-Pyramiden zurückzuführen sind. Ebenso wird noch weiter zu untersuchen sein, inwiefern die verschiedenen andern Pyramiden auf Teil-Pyramiden oder Kombinations-Pyramiden zurückgeführt werden können. Lassen sich diese Beziehungen ermitteln, und ich habe nicht den geringsten Zweifel daran, dass dies der Fall sein wird, so wird uns die gesamte ägyptische Architektur in einem ganz neuen Lichte erscheinen, denn die Abmessungen der Pylonen und Obelisken lassen sich dann durch algebraische Formeln der Zahl π ausdrücken. Aber noch mehr. Aller Wahrscheinlichkeit nach stehen die Kombinations-Pyramiden in einem ganz bestimmten Zusammenhang mit der Entfernung der Planeten von der Sonne. Konstruiert man sich ein Dreieck, dessen Basis den algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde um die Sonne, dessen Höhe den algebraischen Wert der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, beide Werte als kosmische Zahlen gedacht, darstellt, so wird dieses Dreieck das Transversal-Dreieck der Cheops-Pyramide sein. In ähnlicher Weise kann man für alle Planeten Dreiecke konstruieren, die ich Entfernungsdreiecke genannt habe und die aller Wahrscheinlichkeit nach die Transversaldreiecke bestimmter Kombinations-Pyramiden sind. Kennt man also das Gesetz der Kombinations-Pyramiden und die Umlaufszeit irgend eines Planeten, so kann man hieraus die Entfernung desselben berechnen. Dieses ausserordentlich wichtige Problem, das ich hier nur streifen kann, habe ich in meinem grossen Werke ausführlich behandelt, aber man sieht ohne weiteres, von welch grosser Wichtigkeit diese scheinbar belanglosen Formen, die ich dadurch entdeckte, dass ich die Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel mit den fünf Flächen der Cheops-Pyramide durch Raumlinien verband, sind. Der Wunsch, mir Klarheit über das Verhältnis, in welchem die so entstandene Pyramide zur Cheops-Pyramide steht, zu schaffen, hat schliesslich auf die oben angedeuteten wichtigen Probleme geführt.

2. Der Magén David.

Aber noch in anderer Richtung hat die Entdeckung der Deutero-Kombinations-Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ fruchtbar gewirkt. Meine ersten Konstruktionsbilder stellten die Projektion der verschiedensten, durch Raumlinien entstehenden, Körper in die Ebene des Transversaldreiecks der Cheops-Pyramide dar. Ich konstruierte nun innerhalb des Transversal-Dreiecks die eingeschriebene Kugel und indem ich die Berührungspunkte derselben mit den Seitenflächen und der Grundfläche durch Linien verband, erhielt ich ein Dreieck, dessen Spitze im Mittelpunkt der Basis des Transversaldreiecks lag. Die Basis lag also in der oberen Hälfte der Kugel, d. h. des Kreises meines Konstruktionsbildes. Nun sagte ich mir, dass ich ein diesem Dreieck genau korrespondierendes Dreieck für die untere Hälfte der Kugel, d. h. des Kreises meines Konstruktionsbildes konstruieren könne.

Auf diese Weise erhielt ich das Bild eines sechsstrahligen oder sechszackigen Sternes, der als mystisches Symbol in den Geheimwissenschaften

aller Zeiten eine so grosse Rolle spielte. Es war der Magén David oder Schild Davids, für den auch die Bezeichnung Hexalpha existiert. Ob aber die Bezeichnung Siegel Salomonis, oder Drudenfuss, oder, wie man in Württemberg sagt, „Krottenfuss" auf diesen 6-strahligen Stern anzuwenden ist, will ich hier nicht entscheiden, denn die Möglichkeit, dass mit den letzteren Bezeichnungen wesentlich das Pentagramm gemeint ist, ist nicht ausgeschlossen.

Unzählige Menschen haben sich seit Jahrtausenden mit dem Magén David beschäftigt, orthodoxe Juden aller Zeiten, Nekromanten, Zauberer, Schatzsucher und Geisterbeschwörer des Altertums und des Mittelalters, Rosenkreuzer und Freimaurer der Neuzeit, in allen Geheimkulten spielte dieses Symbol eine grosse Rolle. Aber wusste auch nur ein einziger dieser

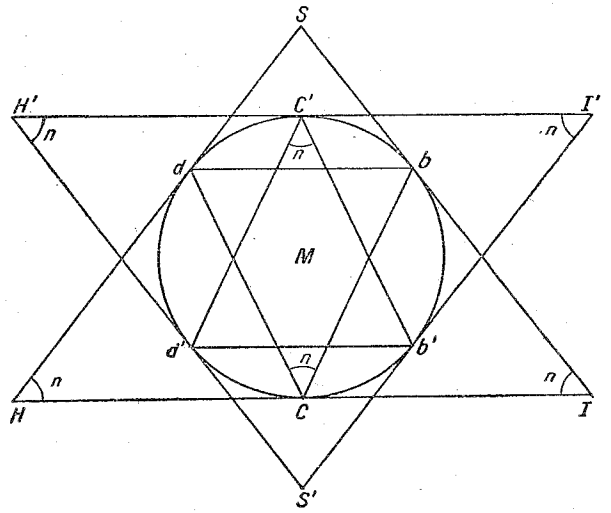


Fig. 10.
Der Nord-Süd-Tangenten-Deutero-Magén David und der Nord-Süd-Sphären-Proto-Magén David. $H'S'I' = H'S'I'$ = Transversal-Dreieck der Proto-Pyramiden $P(+0)$ und $P(-0)$, $d\,b\,C = d'\,b'\,C'$ = Diagonal-Dreieck der Deutero-Kombinations-Pyramiden $\underset{1}{p}(-2)$ u. $\underset{1}{p}(+2)$, $\left[\frac{H'S'I'}{HSI}\right]$ = Tangenten-Deutero-Magén David, $\left[\frac{d'b'C'}{d\,b\,C}\right]$ = Sphären-Proto-Magén David, M = Mittelpunkt der eingeschr. Kugel $d\,C'\,b\,b'\,C\,d'$, n = Neigungswinkel der Seitenflächen der Cheops-Pyramide 51° 51′ 14″.32.

vielen Menschen, dass dieses, so unendlich geheimnisvolle, Symbol, das die wunderbarsten Eigenschaften besitzen sollte, dadurch entsteht, dass man sich ganz bestimmte Punkte der Cheops-Pyramide durch Raumlinien verbunden denkt und dass das ganze grosse Geheimnis dieses Symbols darin liegt, dass die Erde in 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden in einer Entfernung von 232 710 Millionen 566 932.577 ägyptischen Ellen = 148.148 Million Kilometer einen Umlauf um die Sonne vollendet? Ich glaube, dass ich diese Frage getrost mit Nein beantworten kann, aber dass dem so ist, werde ich jetzt nachweisen.

A. Der Sphären-Magén David.

Die beiden Dreiecke, aus denen der Sphären-Magén David zusammengesetzt ist, sind nichts anderes als die Diagonaldreiecke zweier Pyramiden $\underset{1}{p}(-2)$ und $\underset{1}{p}(+2)$, die geometrisch vollkommen kongruent, sich nur durch das Vorzeichen unterscheiden und die sich, wie wir sofort sehen werden, nach ganz bestimmtem Gesetz durchdringen. Wir erinnern uns daran, dass die Deutero-Kombinations-Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ dadurch entsteht, dass wir uns die fünf Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel mit den fünf Flächen der Cheops-Pyramide durch Raumlinien verbunden denken. Die geometrisch vollkommen gleiche und kongruente Pyramide

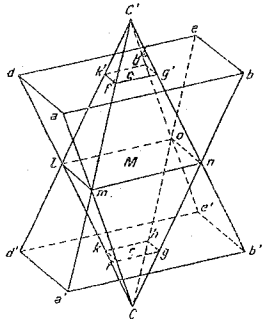


Fig. 11. Der Durchdringungszwilling $\left[\frac{\underset{1}{p}(-2)}{\underset{1}{p}(+2)}\right]$ und seine Entstehung aus zwei Deutero-Kombinations-Pyramiden mit verschiedenem Vorzeichen.

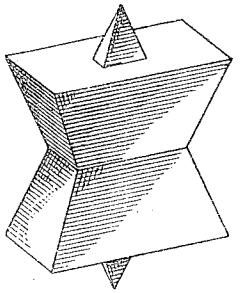


Fig. 12. Der Durchdringungszwilling $\left[\frac{\underset{1}{p}(-2)}{\underset{1}{p}(+2)}\right]$

$\underset{1}{p}(+2)$ können wir uns auf zwei Arten entstanden denken; entweder konstruieren wir uns in der unteren Hälfte der Kugel analog der nach unten gerichteten Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ die nach oben gerichtete Pyramide $\underset{1}{p}(+2)$ oder aber, wir setzen an die, durch die, durch den Mittelpunkt der eingeschriebenen Kugel parallel zur Grundfläche gelegte Ebene abgetrennte Proto-Pyramide $P(1)$ nach unten eine gleiche Pyramide, bilden also die Bi-Pyramide $P(\pm 1)$. (Siehe Fig. 19.) Die acht Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel mit den acht Flächen der Bi-Pyramide $P(\pm 1)$ sind die acht Eckpunkte der Grundflächen der beiden Pyramiden $\underset{1}{p}(-2)$ und $\underset{1}{p}(+2)$, deren Spitzen senkrecht über resp. unter dem Mittelpunkt, auf der Oberfläche der eingeschriebenen Kugel liegen. Diese beiden Pyramiden, obschon geometrisch vollkommen gleich, sind ihrer Qualität nach vollkommen verschieden und wir können $\underset{1}{p}(+2)$ als die positive Hälfte einer Bi-Pyramide $\underset{1}{p}(\pm 2)$, die Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ als die negative Hälfte einer andern Bi-Pyramide $\underset{1}{p}(\pm 2)$ auffassen, die geometrisch der ersteren voll-

kommen kongruent ist. Denken wir uns aber die erste Bi-Pyramide schwarz und die zweite Bi-Pyramide rot, also der Qualität nach verschieden, so sehen wir, dass die negative Hälfte der schwarzen Bi-Pyramide und die positive Hälfte der roten Pyramide sich gegenseitig nach einem gleich zu besprechenden Gesetze durchdringen. Das Wesentliche dieser Auffassung liegt darin, dass nicht nur der rein geometrische Charakter, sondern auch die Qualität in Berücksichtigung gezogen wird; und in dieser rein mathematischen Auffassung liegt wahrscheinlich die tiefere Mystik des Magén David begründet. Wenn ich nicht irre, soll der Magén David das Durchdringen der Materie durch den Geist symbolisieren. Ich kann mich für diese Ansicht auf keine literarische Quelle stützen, aber ich erinnere mich dunkel, etwas Ähnliches vor Jahren in Birma gehört zu haben, als ich Nachforschungen über den Ursprung eines gewissen charakteristischen Merkmales der birmanischen Architektur machte, worüber ich weiter unten Näheres anführen werde.

Sei dem wie ihm wolle. Das wesentliche Moment meiner Auffassung liegt darin, dass sich zwei geometrisch vollkommen kongruente, aber der Qualität nach verschiedene Pyramiden durchdringen und einen eigenartigen Durchdringungskörper bilden (Fig. 11, 12). Die Schnittflächen der vier durch die Hauptachse gelegten Symmetrieebenen bilden einen sechsstrahligen Stern, den Magén David (siehe Fig. 13), und zwar sieht man ohne weiteres ein, dass die durch die Diagonale (Proto-Achse) gelegte Symmetrie-

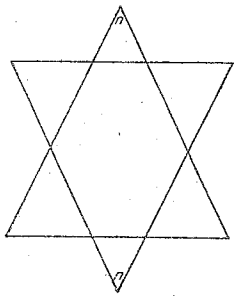


Fig. 13. Der Sphären-Proto-Magén David. $\sphericalangle\, n = 51^\circ\, 51'\, 14''.32$

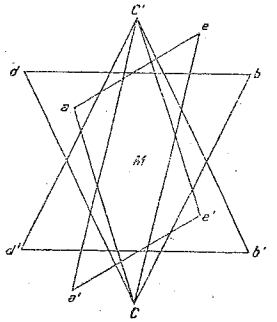


Fig. 14. Der Sphären-Proto-Magén David.
$\left[\frac{a\ b\ C}{a'\ b'\ C'}\right]$ = Nord-Süd-Sphären-Proto-Magén David.
$\left[\frac{a\ e\ c'}{a'\ e'\ c'}\right]$ = Ost-West-Sphären-Proto-Magén David.

ebene ein etwas anderes Bild des sechsstrahligen Sternes, als die durch die Transversal- oder Deutero-Achse gelegte Symmetrieebene ergibt. Ich unterscheide darum zwischen Sphären-Proto-(Diagonal-)Magén David (Fig. 13 u. 14) und Sphären-Deutero-(Transversal-)Magén David (Fig. 15 u. 16). Selbstverständlich haben wir zwei, der Richtung nach verschiedene, Proto-Magén David und zwei ebensolche Deutero-Magén David. In der Cheops-Pyramide liegt der eine Sphären-Proto-Magén David genau im Meridian, d. h. in der Nord-Südlinie, der andere senkrecht

hierzu, in der Richtung von Ost nach West. Die beiden Sphären-Deutero-Magén David sind Nordwest-Südost und Nordost-Südwest gerichtet.

Aus Gründen, die weiter unten klar werden, ist möglicherweise der Sphären-Proto-Magén David der Typus dieses mystischen Symbols, während der Sphären-Deutero-Magén David, obschon ersterem sehr ähnlich, nicht in Frage kommt.

Aus Vorstehendem ergibt sich also mit grösster Wahrscheinlichkeit, dass das Urbild des heiligen Symbols des Sphären-Magén David die Schnittfläche zweier sich gegenseitig mit der Spitze durchdringenden quadratischen Pyramiden darstellt. Es ergibt sich hieraus mit weiterer, unumstösslicher Sicherheit, dass der Magén David trotz seiner Sechszähligkeit keine hexagonale, sondern eine tetragonale Figur ist. Es ist also grundfalsch, den Magén David aus der Verschränkung zweier gleich-

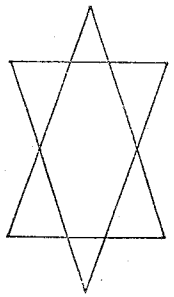


Fig. 15.

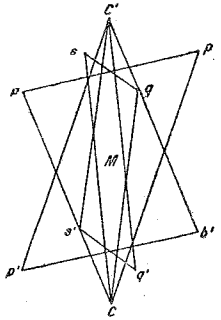


Fig. 16. Der Sphären-Deutero-Magén David

Der Sphären-Deutero-Magén David. $\left[\frac{p\ r\ C}{p'\ r'\ C'}\right]$ = Nord-West-Süd-Ost-Sphären-Deutero-Magén David.

$\left[\frac{s\ q\ C}{s'\ q'\ C'}\right]$ = Nord-Ost-Süd-West-Sphären-Deutero-Magén David.

seitiger Dreiecke entstehen zu lassen, denn die beiden Dreiecke können niemals gleichseitig, sondern müssen immer gleichschenklig sein. Das ist eine ganz neue, bisher noch nicht bekannte Eigenschaft dieses mystischen Symbols, dessen wesentliche Merkmale ich sofort klarlegen werde.

Betrachten wir nur kurz den aus der Durchdringung der beiden (Halb-) Pyramiden $p_1(-2)$ und $p_1(+2)$ entstehenden Durchdringungszwilling (Fig. 12). Es ist dies ein sehr eigenartiger Körper, der aus einem mittleren, sanduhrförmigen Teil und zwei jederseits aus den Endflächen des Mittelteiles hervorragenden kleinen quadratischen Pyramiden zusammengesetzt ist. Ich mag hier gleich bemerken, dass diese Pyramide ebenfalls eine Kombinations-Pyramide ist, welche das Symbol $p_1(+5)$ für die obere, und $p_1(-5)$ für die untere Pyramide führt.

Denken wir uns diese beiden Pyramiden oder Spitzen hinweg, so bleibt ein aus zwei, mit der kleinen Endfläche verwachsenen Pyramidenstumpfen gebildeter Körper übrig, den wir als Doppelstumpf bezeichnen

können (Fig. 17). Dieser quadratische Doppelstumpf erinnerte mich sofort an die eigenartigen Postamente der Shin Gotama-Statuen in Birma; noch mehr aber trat dieser eigenartige Charakter bei dem Aufbau des Thrones im Palast zu Mandalé hervor[1]). Neben den eigenartigen Hörnern[2]) im Oberteil ist das besondere Charakteristikum der Unterbau, der aus zwei einander zugekehrten, abgestumpften, quadratischen Pyramiden, die natürlich im Bilde als zwei abgestumpfte Dreiecke erscheinen, besteht. Das Ganze ist stark stilisiert, ebenso wie die Postamente der Gotama-Statuen und Figuren vielfach stilisiert sind, aber der Charakter der beiden, mit der schmalen Endfläche verwachsenen, quadratischen Pyramiden ist immer unverkennbar. Ich habe mir früher stets die Frage vorgelegt, wie sind die Birmaner gerade auf diese architektonische Form verfallen? Wie kamen sie auf die Idee, zwei Pyramidenstumpfe mit der kleinen Endfläche zu verbinden und so eine architektonische Form zu schaffen, die

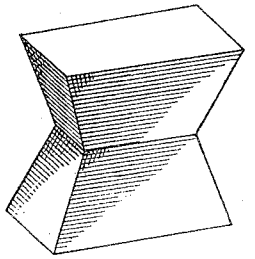


Fig. 17.

Der Doppelstumpf $\left[\begin{matrix} s_1(-2) \\ \hline s_1(+2) \end{matrix}\right]$

weder auf indische noch auf chinesische Architektur zurückgeführt werden kann?

Vor Jahren habe ich in einer kleinen, wohl längst vergessenen Arbeit[3]) den Nachweis geführt, dass das birmanische Längenmass, der tah, in allerengster Beziehung zur ägyptischen Elle steht. Diese Ansicht wurde seinerzeit belächelt, vermutlich, weil sie zu den damaligen Ansichten über indische und birmanische Kultur nicht passte, denn wie sollte eine Beziehung zwischen Ägypten und dem im fernen Hinterindien liegenden Birma bestehen, wenn in dem dazwischen liegenden Indien hiervon nichts zu bemerken war? Durch die Entdeckung des Ursprunges der sonderbarsten Form der birmanischen religiösen Architektur, nämlich des Doppelstumpfes, wird die

[1]) Leider erlauben es die Umstände nicht, dass ich die aus dem Jahre 1888 stammende Photographie des Thrones hier bringe, doch wird dieselbe später in dem grösseren Werk erscheinen.

[2]) Jennings, Die Rosenkreuzer, ihre Gebräuche und Mysterien fasst diese „Hörner" als Symbol des Feuerkultus auf. (Ed. I, S. 90 ff.)

[3]) Birmanisches Mass und Gewicht. Verhandl. d. Berliner Anthropol. Gesell. 1896. Seite 40—46.

Annahme eines ägyptischen Einschlages in der birmanischen Kultur zur Gewissheit gemacht. Eine solche Form wie der Doppelstumpf wird nicht frei erfunden, am allerwenigsten von einem birmanischen Künstler. Hier spielt das Moment der Überlieferung mit, und es wird eine dankbare Aufgabe sein, die ägyptischen Züge in der buddhistischen Architektur Birmas zu bestimmen. Kehren wir nach dieser Abschweifung wieder zum Magén David zurück. Ich will hier nur kurz eine Berechnung der Grössenverhältnisse des Sphären-Magén David geben, so wie dieser sich in der Cheops-Pyramide dem geistigen Auge, durch Raumlinien gebildet, darstellen würde.

Die Position des Sphären-Proto-Magén David wird natürlich durch die Position seiner sechs Eckpunkte oder der sechs Ecken der beiden Diagonaldreiecke der beiden Pyramiden $\underset{1}{p}(-2)$ und $\underset{1}{p}(+2)$ bestimmt, die natürlich sämtlich auf der Oberfläche der in der Cheops-Pyramide eingeschriebenen Kugel liegen müssen. Diese sechs Eckpunkte können wir als die beiden Pole und die vier seitlichen Eckpunkte bezeichnen, wobei wir wieder zwischen oberen und unteren seitlichen Eckpunkten unterscheiden.

Der obere Pol liegt 177.709 451 069 92... ägypt. Ellen über dem Mittelpunkt der Grundfläche der Cheops-Pyramide, 43.1977... ägypt. Ellen von der Mitte jeder der vier Seitenflächen entfernt; der untere Pol liegt genau im Mittelpunkt der Grundfläche der Cheops-Pyramide, 182.770 456 872... ägypt. Ellen von der Mitte jeder Seitenfläche entfernt. Die beiden oberen Eckpunkte liegen in der Mitte der Seitenflächen auf der Seitenhöhe 112.989 1... ägypt. Ellen von der Spitze, oder 182.919 0... ägypt. Ellen von der Basis, in einer Vertikaldistanz von 143.855 891 397 61.. Ellen über der Grundfläche. Die beiden unteren Eckpunkte liegen im Inneren der Pyramide, 33.853 609 672 31... Ellen über der Grundfläche, in 127.601... Ellen Entfernung von der Mitte der Seitenflächen.

Selbstverständlich können wir die Position der Eckpunkte, da diese auf einer Kugel liegen, auch durch Winkelkoordinaten bestimmen, wovon hier nur so viel bemerkt sein mag, dass die Eckpunkte in einer nördlichen resp. südlichen Breite von 38° 8′ 45″.68 auf dem 90°, 180°, 270° und 360° Meridiangrad liegen, während die Polpunkte die Höhe der Kugel darstellen.

Die Grösse des Sphären-Magén David lässt sich somit aus der Grösse des Grunddreiecks, das ja das Diagonaldreieck der Deutero-Kombinations-Pyramide $\underset{1}{p}(-2)$ darstellt, bestimmen, dessen drei Seiten bekannt sind. Jeder dieser Werte lässt sich auch durch einen algebraischen Wert ausdrücken. Es ist die Basis des Grunddreiecks =

$$139.572\,6\ldots \text{ Ellen} = 88.854\,65 \text{ Meter} = \pi^6 3^{-3} \cdot 2^{-8} \times 10^3$$

die Seiten des Grunddreiecks =

$$159.965\,0\ldots \text{ Ellen} = 101.837\,0\ldots \text{ Meter} = \pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-3} (\pi^6 2^{-12} + 1)^{\frac{1}{2}} \times 10^3$$

die Höhe des Grunddreieckes =

$$143.855\,841\ldots \text{ Ellen} = 91.581\,4\ldots \text{ Meter} = \pi^3 3^{-3} 2^{-3}.$$

Nun durchdringen sich die beiden Grunddreiecke, aus denen der Sphären-Magén David zusammengesetzt ist, oder besser gesagt, die beiden quadratischen Pyramiden $\underset{1}{p}(-2)$ und $\underset{1}{p}(+2)$ so weit, dass die Höhe eines oder einer jeden derartig geteilt wird, dass das grössere Stück sich zum kleineren verhält wie $1 : \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$.

Es berechnet sich die Länge der Hauptachse des Sphären-Magén David wie folgt. Die Länge der Hauptachse = Durchmesser der eingeschriebenen Kugel = 177.709 451 069 92... Ellen = 113.1332 Meter = $\pi^5 3^{\ 3} 2^{\ 6} \times 10^3$.

Diesen Abmessungen entsprechend sind die Winkel des Grunddreiecks

Polwinkel (Scheitelwinkel) = 51° 51′ 14″.32
Basiswinkel = 64° 4′ 22″.84.

Wir sehen also, dass der Winkel an den Polspitzen des Sphären-Magén David dem Neigungswinkel der Seitenflächen der Cheops-Pyramide gleich ist, dass also seine Kotangente den Wert $\frac{\pi}{4}$ hat. Dies ist das zweite grosse Geheimnis des Magén David, das bisher noch vollständig unbekannt war. Nun erinnern wir uns daran, dass wir den Wert $\frac{\pi}{4}$ dadurch erhalten, dass wir den algebraischen Wert der halben Umlaufszeit der Erde $\pi^2 3^{-3} \cdot 2^{-1}$ durch den algebraischen Wert der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, nämlich $\pi 3^{-2} \cdot 2$ dividieren und damit erkennen wir ohne weiteres die Bedeutung dieses geheimnisvollen Symbols. In letzter Linie ist dasselbe auf die Umlaufszeit der Erde und ihre mittlere Entfernung von der Sonne zurückzuführen und diese Beziehung wird durch den Winkel an den Polspitzen ausgedrückt, der den Neigungswinkel der Seitenflächen der Cheops-Pyramide darstellt. Mit dieser Feststellung ist endlich das grosse Geheimnis des Magén David, warum gerade dieser einfachen Figur so geheimnisvolle Kräfte innewohnen sollten, gelöst.

In meinem grösseren Werke habe ich den Magén David ganz eingehend behandelt und muss ich den wissbegierigen Leser auf dasselbe verweisen. Hier sei nur noch soviel gesagt, dass wahrscheinlich der Sphären-Proto-Magén David, also die in der Nord-Süd und Ost-West-Richtung gestellte Figur den Typus des Symbols bildet, denn der Sphären-Deutero-Magén David hat etwas andere Winkel. Der Polwinkel, d. h. der Scheitelwinkel des Grunddreiecks oder der Winkel an den beiden Polspitzen dieser Figur ist etwas spitzer und beträgt nur 37° 49′ 13″.00, während der Basiswinkel etwas stumpfer, nämlich 71° 5′ 23″.50 ist. Der Sphären-Deutero-Magén David besitzt also keinen so deutlichen Hinweis auf die Umlaufszeit und Entfernung der Erde und darum glaube ich, dass der Typus des Symbols der Sphären-Proto-Magén David ist, so wie derselbe in der Cheops-Pyramide dem geistigen Auge erscheinen würde, wenn man die Be-

rührungspunkte der eingeschriebenen Kugel der Nord- und Süd- (resp. Ost- und West-) Seitenfläche mit dem Mittelpunkt der Grundfläche durch Raumlinien verbindet, und zu dem so nach unten gerichteten Dreieck das korrespondierende, nach oben gerichtete Dreieck konstruiert.

Aus den obigen Angaben geht hervor, dass die Konstruktion eines richtigen, winkeltreuen Sphären-Magén David eine sehr einfache Sache ist. Man wählt als Basis eine Linie, die man 365.54 Längeneinheiten, sagen wir Millimeter, macht. Auf der Mitte dieser Linie errichtet man eine Senkrechte, die man 232.71 von denselben Längeneinheiten macht. Man verbindet die Endpunkte und konstruiert in dieses Dreieck einen Kreis, der alle drei Seiten in einem Punkte berührt. Verbindet man diese drei Punkte durch Linien, so erhält man das erste, nach abwärts gerichtete Grunddreieck. (Fig. 10 u. 13.) Konstruiert man innerhalb des Kreises das diesem entsprechende nach oben gerichtete Dreieck, so erhält man einen vollkommen winkeltreuen Sphären-Magén David, dessen Grösse je nach dem Verhältnis der gewählten Längseinheit zur ägyptischen Elle in genauem Verhältnis zur Grösse des Sphären-Magén David in der Cheops-Pyramide stehen wird. Wählt man als Längeneinheit das Millimeter, so erhält man unter Zugrundlegung der obigen Masse einen winkeltreuen Sphären-Proto-Magén David im Masstab 1 : 574.19 der natürlichen Grösse.

Es gibt auch eine sehr hübsche Näherungskonstruktion, die einen nahezu vollkommen winkeltreuen Sphären-Magén David ergibt. Trägt man eine beliebige Längeneinheit 10mal auf einer Senkrechten auf, beschreibt mit dem Radius von 5 Einheiten einen Kreis, errichtet dann auf Punkt 2 und Punkt 8 Senkrechte, so sind die Schnittpunkte derselben mit dem Kreis die vier Endpunkte des Sphären-Magén David. Man braucht dann nur die beiden oberen Schnittpunkte mit dem Fusspunkt der ursprünglichen Senkrechten, und die beiden unteren Schnittpunkte mit ihrem Scheitelpunkt zu verbinden, um einen beinahe vollkommen winkeltreuen Sphären-Magén David zu erhalten. Der mathematisch geschulte Leser wird erkennen, dass die Konstruktion auf eine ungefähre Teilung der beiden Radien nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes hinausläuft. Auch über diesen Punkt wird man in meinem grösseren Werk nähere Angaben finden.

B. Der Tangenten-Magén David.

Nun ergibt sich ausser diesen beiden noch eine dritte Varietät des Magén David (Fig. 10, 18 u. 19), welche ich kurz als den Tangenten-Magén David bezeichnen möchte, da derselbe aus der Verschränkung zweier Dreiecke entsteht, welche wir uns aus Tangenten, welche an die eingeschriebene Kugel gelegt sind, entstanden denken können. Die eingeschriebene Kugel wird die vier Seitenflächen der Cheops-Pyramide in vier Punkten berühren, welche, wie bereits ausgeführt, auf der nördlichen oder oberen Hälfte der Kugel liegen. Die Berührungspunkte der südlichen oder unteren Hälfte stellen aber die Berührungspunkte der eingeschriebenen Kugel mit der unteren oder negativen Hälfte der Bi-Pyramide $P(\pm 1)$ dar. Denken wir uns also einen ähnlichen Durchdringungskörper wie den Körper

$\left[\frac{P(+2)_1}{P(-2)_1}\right]$, diesesmal aber entstanden aus der Durchdringung zweier quadratischer Protopyramiden $\left[\frac{P(+0)}{P(-0)}\right]$, von welchen $P(+0)$ die durch die Cheops-Pyramide dargestellte Pyramide ausdrückt, $P(-0)$ aber ihr geometrisch vollkommen gleiches, qualitativ aber verschiedenes negatives Gegenstück, und nehmen wir weiter an, dass diese Pyramiden sich so weit durchdringen, dass die Höhe im Verhältnis $1 : \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ zerlegt wird, so werden die Schnittflächen der beiden vertikalen Symmetrieebenen wiederum das Bild eines Deutero-Magén David und eines Proto-Magén David geben. Der Deutero-Magén David oder Transversal-Magén David, der zum Unterschied gegen den im Innern der eingeschriebenen Kugel auftretenden Sphären-Deutero-Magén David als Tangenten-Deutero-Magén David zu bezeichnen ist, stellt also einen aus der Verschränkung

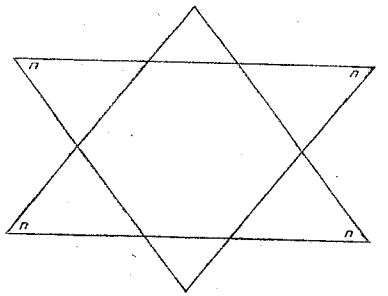


Fig. 18. Der Tangenten-Deutero-Magén David.
$\sphericalangle\, n = 51^0\ 51'\ 14''.32.$

zweier Transversaldreiecke entstandenen sechsstrahligen Stern dar, dessen Entstehung in Figur 19 dargestellt ist.

Im Vergleich zu dem im Innern der eingeschriebenen Kugel auftretenden Sphären-Proto-Magén David zeigt der Tangenten-Deutero-Magén David eine eigenartig gedrückte, oder in die Breite gezogene Form, deren Dimensionen sich ohne weiteres aus den Dimensionen des Transversaldreieckes ableiten lassen. Es ist:

die Basis des Grunddreieckes =

$= 365.540\,903\ldots$ Ellen $= 232.710\,566\ldots$ Meter $= \pi^2 3^{-3} \times 10^3$

die Seiten des Grunddreieckes =

$= 295.904\,116\ldots$ Ellen $= 188.378\,411\ldots$ Meter $= \pi 3^{-3} \cdot 2 (\pi^2 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} \times 10^3$

die Höhe des Grunddreieckes =

$= 232.710\,566\ldots$ Ellen $= 148.148\,148\ldots$ Meter $= \pi 3^{-3} \cdot 2 \times 10^3$.

Die Länge der Hauptachse ist dann gleich der Länge der Hauptachse der Bi-Pyramide $P(\pm 1)$, also die Länge der Hauptachse =

$$= 287.711\,682\ldots \text{ Ellen} = 183.162\,8\ldots \text{Meter} = \pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-2} \times 10^3.$$

Diesen Abmessungen entsprechend sind die Winkel des Grunddreiecks

Basiswinkel = Neigungswinkel der Seitenflächen der Cheops-Pyramide

$$= 51^0\,51'\,14''.32.$$

Polwinkel = Scheitelwinkel der Seitenflächen der Cheops-Pyramide

$$= 76^0\,17'\,34''.36.$$

Wir sehen also, dass bei dem Tangenten-Proto-Magén David das Transversaldreieck der Cheops-Pyramide das Grunddreieck bildet, aus dessen Verschränkung nach bestimmtem Gesetze der sechsstrahlige Stern entsteht.

Selbstverständlich entspricht dem Tangenten-Deutero-Magén David auch ein Tangenten-Proto-Magén David, der durch die durch die Diagonale der den Durchdringungskörper $\left[\frac{P(+0)}{P(-0)}\right]$ bildenden, beiden quadratischen Pyramiden gelegte Symmetrieebene gebildet wird. Diese Schnittfläche wird durch das Diagonaldreieck der Cheops-Pyramide dargestellt und dementsprechend sind die Abmessungen des Grunddreieckes des Tangenten-Proto-Magén David

die Basis des Grunddreiecks =

$$= 516.952\,906\ldots \text{ Ellen} = 322.099\,441\ldots \text{ Meter} = \pi^2 3^{-3} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \times 10^3$$

die Seiten des Grunddreiecks =

$$= 347.799\,200\ldots \text{ Ellen} = 221.415\,858\ldots \text{ Meter} = \pi 3^{-3} \cdot 2(\pi^2 3^{-3} + 1)^{\frac{1}{2}} \times 10^3$$

die Höhe des Grunddreiecks =

$$= 232.710\,566\ldots \text{ Ellen} = 148.148\,148\ldots \text{ Meter} = \pi 3^{-3} \cdot 2 \times 10^3.$$

Die Länge der Hauptachse ist die gleiche, wie diejenige des Tangenten-Proto-Magén David, aber die Winkel sind natürlich verschieden; es ist der

Basiswinkel = Polkantenwinkel der Cheops-Pyramide = $41^0\,59'\,50''.01$
Polwinkel = Polspitzenwinkel der Cheops-Pyramide = $96^0\,0'\,19''.98$.

In der nachfolgenden Figur habe ich nun den Durchdringungskörper $\left[\frac{P(+0)}{P(-0)}\right]$ in seinen Beziehungen zur eingeschriebenen Kugel und zu dem innerhalb dieser auftretenden Durchdringungskörper $\left[\frac{p_1(-2)}{p_1(+2)}\right]$ dargestellt.

Das ist, wie man sieht, ein recht kompliziertes Gebilde, aber die Beziehungen, in welchen der im Innern der eingeschriebenen Kugel durch Raumlinien gebildete Sphären-Proto-Magén David zu dem ausserhalb derselben durch an die Berührungspunkte gelegte Tangenten gebildeten Tangenten-Deutero-Magén David steht, gehen am einfachsten aus der Fig. 10, welche die Schnittfläche der durch die Transversalachse gelegten

Symmetrieebene darstellt, hervor. Man sieht hieraus ohne weiteres, dass sich die Bezeichnungen deshalb so kompliziert gestalten, weil die Kombinations-Pyramide $p_1(-2)$ in bezug auf die Grund-Pyramide $P(+0)$ eine Deutero-Pyramide ist. Es entspricht also der Sphären-Proto- oder Diagonal-Magén David, der durch die Schnittfläche der durch die Diagonalen des Durchdringungskörpers $\left[\frac{p_1(-2)}{p_1(+2)}\right]$ gelegten Symmetrieebenen gebildet wird, dem Tangenten-Deutero- oder Transversal-Magén David, der durch die Schnittfläche der durch die Transversalachse des Durchdringungskörpers $\left[\frac{P(+0)}{P(-0)}\right]$ gelegten Symmetrieebene gebildet wird.

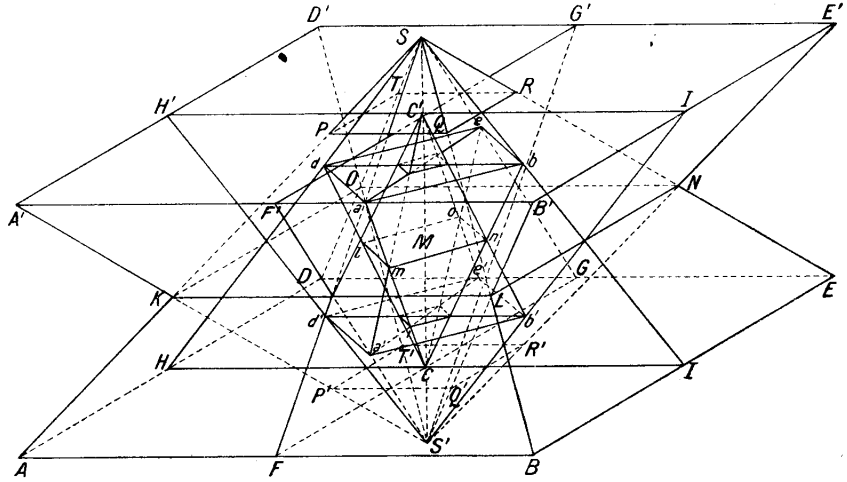


Fig. 19. Der Durchdringungszwilling $\left[\frac{P(+0)}{P(-0)}\right]$, die Proto-Bi-Pyramide $P(\pm 1)$, der Durchdringungszwilling $\left[\frac{p_1(-2)}{p_1(+2)}\right]$, die Deutero-Kombinations-Bi-Pyramide $p_1(\pm 3)$, die Deutero-Kombinations-Pyramiden $p_1(+5)$ und $p_1(-5)$.

$$\left.\begin{matrix} A\,B\,D\,E\,S = P(+0) \\ A'\,B'\,C'\,E'\,S' = P(-0) \end{matrix}\right\} = \left[\frac{P(+0)}{P(-0)}\right],\quad K\,L\,N\,O\,S\,S' = P(\pm 1),\quad \left.\begin{matrix} a\,b\,d\,e\,C = p_1(-2) \\ a'\,b'\,d'\,e'\,C' = p_1(+2) \end{matrix}\right\} =$$

$$\left[\frac{p_1(-2)}{p_1(+2)}\right],\quad l\,m\,n\,o\,C\,C' = p_1(\pm 3),\quad f\,g\,h\,k\,C = p_1(-5),\quad f'\,g'\,h'\,k'\,C' = p_1(+5).$$

Es wäre nun eine dankbare Aufgabe, wenn man die vielen geheimnisvollen Fäden, mit welchen der Magén David mit der Mystik und dem Kulturleben der Völker aller Zeiten verknüpft ist, näher untersuchen würde, namentlich um festzustellen, welches eigentlich der Urtypus des Magén David ist, der gedrungene Tangenten-Magén David oder der

schlankere Sphären-Magén David oder ob beide Formen nebeneinander bestanden. Hierüber habe ich ausführlich in meinem grossen Werke geschrieben, und möchte nur so viel sagen, dass, wenn heute ein süddeutscher Dorfwirt als Zeichen seines Gewerbes einen grossen, sechsstrahligen Stern, in dessen Mitte gewöhnlich ein schäumendes Bierseidel angebracht ist, vor seinem Hause heraushängt und dasselbe zum „Goldenen Stern" nennt, wenn irgendwo in Palästina oder in Russland ein kleines Judenmädel den Magén David auf einen für die Synagoge bestimmten Teppich stickt, wenn im fernen Hinterindien ein birmanischer Holzschnitzer ein Modell des ehemaligen Königsthrones schnitzt, oder ein Metallgiesser eine Statue des Shin Gotama auf dem Doppelstumpfe ruhend anfertigt, wenn ein amerikanischer oder australischer Freimaurer als Zeichen der Zugehörigkeit zum Bunde Zirkel und Richtscheit stolz an der Uhrkette trägt, wissen alle diese Menschen, die über die ganze Erde zerstreut sind, dass sie damit der Sonne und ihrem Trabanten, der Erde, ihre Verehrung erweisen? Wissen alle diese Menschen, dass sie in diesem Zeichen den seit 4000 Jahren durch unvergängliche Raumlinien festgelegten sechsstrahligen Stern der Cheops-Pyramide, den die Hebräer Magén David oder Schild Davids nennen, verehren? Wissen oder wussten all die vielen Menschen, die sich seit 4000 Jahren mit dieser geheimnisvollen Figur, der so grosse Zauberkräfte innewohnen sollten, dass sie sogar die Geister des Abgrundes bannte, worauf dieses Symbol zurückzuführen ist? Ich glaube, ich kann diese Fragen ruhig mit „Nein" beantworten, denn es weiss niemand, dass die Seiten der Dreiecke, aus deren Verschränkung der Magén David entsteht, eben die Abmessungen haben müssen, dass ihr Basis- oder ihr Scheitelwinkel genau $51^\circ\,51'\,14''.32$ ist, weil die Erde in einer Entfernung von 232 710 Millionen 566 Tausend 932 Ellen gleich 148 Millionen 148 Tausend 148.148 Kilometer in 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden einen Umlauf um die Sonne vollendet. Denn wäre dies nicht der Fall, so wäre die Kotangente dieser Winkel, die ja gleich dem Neigungswinkel der Seitenflächen der Cheops-Pyramide sind, nicht $\frac{\pi}{4}$ sondern irgend ein anderer Wert.

Das grösste Geheimnis des Magén David liegt also in seiner Form, derart, dass seine Abmessungen und Winkel durch die Entfernung der Erde von der Sonne, welche ja wiederum ihre Umlaufszeit bedingt, bestimmt sind. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist somit der Magén David ein Symbol des Sonnen- oder Lichtkultus, das in seiner Form vielleicht auch die Durchdringung der Materie durch das Licht oder den Geist versinnbildlicht. Es ist also grundfalsch, den Magén David so darzustellen, als ob er das Resultat der Durchdringung zweier gleichseitiger Dreiecke wäre, denn die Winkel eines gleichseitigen Dreiecks sind 60° und nicht $51^\circ\,51'\,14''.32$; ein gleichseitiges Dreieck hat aber keinerlei Beziehungen zur Entfernung der Erde von der Sonne oder ihrer Umlaufszeit, Probleme, die ja durch den in der Cheops-Pyramide leuchtenden, aber nur dem Wissenden sichtbaren Magén David zum Ausdruck gebracht werden sollen.

Ebenso falsch ist es, die beiden gleichseitigen Dreiecke so darzustellen,

dass sie sich ganz gleichmässig durchdringen; denn die Durchdringung der beiden Dreiecke muss derart stattfinden, dass die Höhe eines jeden so geteilt wird, dass das grössere Stück sich zum kleineren verhält wie $1 : \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$.

Es wäre nun ausserordentlich interessant, festzustellen, ob die ältesten bekannten Darstellungen des Magén David die richtige Form zeigen. Namentlich wäre zu untersuchen, welches die Urform des Magén David bildet, die gedrückte Form des Tangenten-Deutero-Magén David oder die schlankere Form des Sphären-Proto-Magén David, das heisst, sind die Dreiecke, aus deren Verschränkung der Magén David entsteht, als das Transversaldreieck der Proto-Pyramide $P(0)$ (d. h. der Cheops-Pyramide) oder als das Diagonaldreieck der Deutero-Kombinations-Pyramide $p_1(-2)$ aufzufassen, mit andern Worten, liegt der Winkel von $51^\circ\,51'\,14''.32$ an der Basis oder im Scheitel des Dreieckes, aus dessen Verschränkung der Magén David entsteht? Ich erinnere mich dunkel, ältere Darstellungen des Magén David gesehen zu haben, die mir durch ihre eigenartig gedrückte Form aufgefallen waren; diese Darstellung würde darauf hinweisen, dass der Tangenten-Deutero-Magén David als Urform anzusehen wäre, andererseits kommen auch unzweifelhaft schlankere Formen vor. Zur Entscheidung dieser Frage kommen wesentlich die älteren Synagogen oder ältere Manuskripte[1]) in Betracht. Vielleicht geben diese Blätter Veranlassung, diese Frage einmal gründlich zu prüfen, denn es liegt eigentlich auf der Hand, dass im Laufe der Jahrtausende die wahre Gestalt dieses Symbols, dessen innere Bedeutung unbekannt war, verloren ging, und statt der etwas unregelmässigen, ursprünglichen Form, die dem Auge gefälligere, aber nichtssagende Form zweier sich gleichmässig durchdringender, gleichseitiger Dreiecke in Gebrauch kam. Aber noch anderes wäre zu prüfen. Wie bekannt, haben die hebräischen Buchstaben gewisse Zahlenwerte. Herr Jakobsen sagte mir auf mein Befragen, dass die Worte Magén David den Zahlenwert 3.1 und 4 haben. Das ist jedenfalls höchst beachtenswert, denn man könnte diese Zahlen eventuell 3.14 lesen. Das wäre also die Zahl π. Könnte diese Vermutung zur Gewissheit gemacht werden, so würde dieselbe ein ganz neues Licht auf die hebräische Bezeichnung dieses Symbols werfen, denn man muss sich jedenfalls fragen: Warum wurden für dieses gerade die Worte: der Schild Davids oder Magén David gewählt? Es darf als unzweifelhaft gelten, dass die Hebräer dieses Symbol aus Ägypten erhalten haben. Herr Jakobsen machte mich darauf aufmerksam, dass den Juden durch das Gesetz alle zeichnerische Darstellung, mit Ausnahme des Magén David, verboten sei. Hieraus darf man jedenfalls den Schluss ziehen, dass bereits zur Zeit der Einführung dieses Gesetzes der Magén David ein so ausserordentlich heiliges

[1]) In einer älteren kabbalistisch-rosenkreuzerischen Darstellung: Das grosse Geheimnis oder Mysterium magnum, die sich in Bd. II Seite 148 der deutschen Ausgabe von A. Jennings, Die Rosenkreuzer, findet, sieht man verschiedene Dreiecke, die ganz unzweifelhaft auf den Magén David hinweisen. Die beiden mittleren besitzen einen Scheitelwinkel von etwa 55°, ebenso ist die ungleichmässige Teilung der Höhe klar dargestellt.

Symbol war, dass er nicht durch das allgemeine Verbot der zeichnerischen Darstellung angetastet werden durfte. Wenn aber die Juden das Symbol des Magén David aus Ägypten mitbrachten, so entsteht die Frage, welches ist der alte Name dieses Symbols, denn David lebte bekanntlich lange nach dem Auszug aus Ägypten, so dass es jedenfalls sehr merkwürdig wäre, dieses Symbol Jahrhunderte vor seiner Regierung als Schild Davids zu bezeichnen, wenn nicht andere Gründe diesen eigenartigen Namen bedingt hätten. Jedenfalls wären weitere Untersuchungen in dieser Hinsicht sehr wünschenswert. Herr Jakobsen machte mir aber noch eine weitere, höchst interessante Mitteilung; er sagte mir, dass er sich deutlich erinnere, als Kind Gebetsformeln gesehen zu haben, die in der Form des Magén David geschrieben waren. Diese Gebetsformeln wären, wenn sie noch aufgefunden werden könnten, ganz sorgfältig auf ihren Zahlenwert zu prüfen. Falls die den Linien des Magén David entsprechenden Worte die Werte 365.540 903... resp. 139.572 6... für die Basis und 259.904 116 resp. 159.965 0... für die Seiten des Dreiecks ergeben sollten, — es ist natürlich nicht notwendig, dass alle Dezimalen vorhanden sind —, so wäre diese Tatsache eine glänzende Bestätigung der hier vertretenen Ansicht. Man möge mich jedoch nicht missverstehen, es ist durchaus nicht notwendig, dass die Zahlenwerte der Worte, welche die betreffende Gebetsformel zusammensetzen, die obigen Werte ergeben, aber wenn sie es tun, so wären diese Gebetsformeln ein Beweis für die Richtigkeit meiner Hypothese.

Es wäre weiter in hohem Grade interessant, wenn festgestellt werden könnte, ob in der ägyptischen Sprache ein Wort oder eine Hieroglyphe für dieses Symbol existiert. Man darf wohl annehmen, dass bei der grossen Bedeutung, welche dieses Symbol hatte, die Ägypter dasselbe mit einem besonderen Wort belegten, wobei nur das eine auffallend ist, dass dasselbe meines Wissens nirgends in der ganzen altägyptischen Architektur Verwendung gefunden hat. Vielleicht war aber dieses Symbol so ungemein heilig, dass es nicht bildlich dargestellt werden durfte. Jedenfalls findet sich hierin eine dankbare Aufgabe für die ägyptologische Forschung.

Vierter Abschnitt:

Die Faktorentafel.

Die Beobachtung, dass bei der Zerlegung der Grund-Pyramide $P(\pm 0)$ in Teil-Pyramiden $P(+1)$, $P(+2)$, $P(+3)$ usw. die Seitenlänge der ersten Teil-Pyramide $P(+1)$ scheinbar gleich der Höhe der Grund-Pyramide $P(\pm 0)$ war, führte mich in erster Linie zur Entwickelung der Reihen, da ich das Gesetz, nach welchem die Teilung erfolgt, das ich empirisch gefunden hatte, auch rationell begründen wollte. Es hat sich aber herausgestellt, dass die ursprüngliche Annahme, dass die Seitenlänge einer Teil-Pyramide immer gleich der Höhe derjenigen Teil-Pyramide, welche eine um 1 kleinere Ordnungszahl besitzt, nicht zutreffend war, aber die ursprüngliche Annahme, trotzdem sie falsch war, brachte mich auf die Idee der Entwickelung der Reihen mit all ihren erstaunlichen Resultaten.

Ausgehend von dieser, ich wiederhole es, falschen Voraussetzung, nahm ich an, dass die Seitenlänge der Teil-Pyramide $P(+1)$ gleich der Höhe der Grund-Pyramide $P(\pm 0)$ sei, wie die Konstruktionsbilder anscheinend bewiesen. Da aber die Höhe von $P(\pm 0)$ durch den Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2 \times 10^3$ dargestellt werden kann, und wir diesen Wert durch Teilung des algebraischen Wertes der Seitenlänge $\pi^2\, 3^{-3}$ durch den Wert $\pi\, 2^{-1} = \frac{\pi}{2}$ erhalten, so sagte ich mir, dass ich durch fortgesetzte Teilung des Wertes $\pi^2\, 3^{-3}$ durch $\pi\, 2^{-1}$ eine Reihe erhalte, deren algebraische Werte mit 10^3 multipliziert die Seitenlängen sämtlicher Teil-Pyramiden, in welche die Cheops-Pyramide in gesetzmässiger Weise zerlegt werden kann, enthalten müsse. Aus dieser Überlegung heraus ergab sich, dass der algebraische Wert der Seitenlänge der Cheops-Pyramide $\pi^2\, 3^{-3}$ selbst wiederum nur durch Teilung eines Wertes $\pi^3\, 3^{-2} \cdot 2^{-1}$ durch $\pi\, 2^{-1}$ entstanden ist. Es war also die Cheops-Pyramide nach dieser Auffassung nur ein Glied einer unendlichen Reihe von Pyramiden, die, mit einer unendlich grossen Pyramide beginnend, immer kleiner werdend, mit einer unendlich kleinen Pyramide endigt. Es lag nun nahe, die Teilung des Wertes $\pi^2\, 3^{-3}$ auch durch andere Werte, die mit dem Wert $\pi\, 2^{-1}$ in bestimmtem Verhältnis standen, also $\pi^n\, 2^{-n}$ zu untersuchen, wobei n abwechselnd den Wert 0 erhielt. Es ergab sich hieraus die erste Gruppe von Reihen.

Eine zweite Gruppe erhielt ich dadurch, dass ich den algebraischen Wert der Seitenlänge $\pi^2\, 3^{-3}$ fortgesetzt durch $\pi\, 3^{-1} = \frac{\pi}{3}$ dividierte. Auch hier hat wiederum eine falsche Prämisse zu den wichtigsten Schlüssen geführt. Ich glaubte nämlich, dass ich die algebraischen Werte der Deutero-Pyramide

$p(\pm 3)$ dadurch erhalte, dass ich die algebraischen Werte der Grund-Pyramide $P(\pm 0)$ durch den Wert $\frac{4}{3}\pi = \pi 3^{-1} 2^2$ dividierte. Diese Annahme hat sich zwar als falsch erwiesen, aber sie brachte mich auf den Gedanken der Teilung des Wertes $\pi^2 3^{-3}$ durch den Wert $\frac{\pi}{3} = \pi 3^{-1}$, wobei ich dann wiederum die ganze allgemeine Teilung durch den Wert $\pi^n 3^n = \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ durchführte und in diesem Wert n abwechselnd im Zähler oder im Nenner gleich 0 setzte.

Ich kann an dieser Stelle die Entwicklung der Reihen nicht durchführen, sondern muss den wissbegierigen Leser auf mein grösseres Werk verweisen, das Obige war jedoch nötig zum Verständnis des Folgenden, um zu zeigen, wie ich zu den erstaunlichen Resultaten der Faktorentafel gelangt bin.

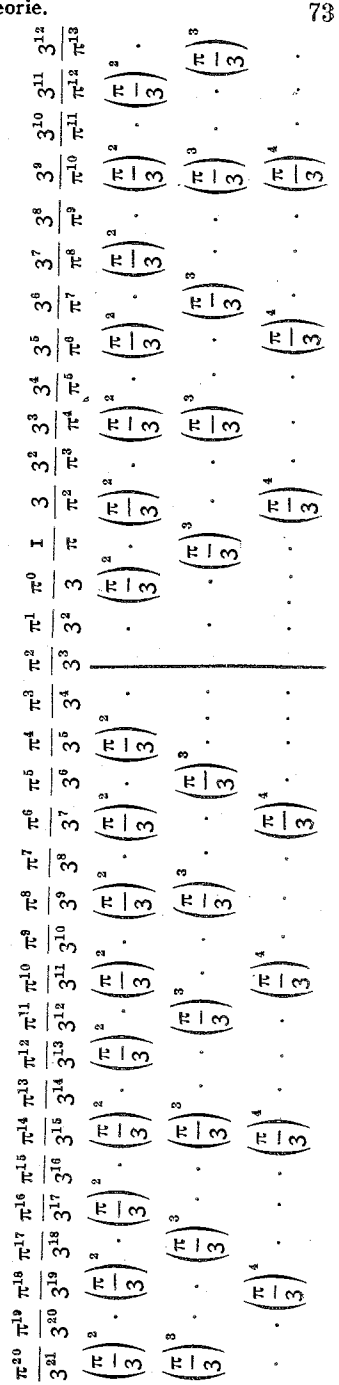
Teilen wir den Wert $\pi^2 3^{-3}$ fortgesetzt durch den Wert $\frac{\pi}{3}$, so erhalten wir die folgende Reihe:

1. Reihe: $\pi^{m+2} 3^{-(m+3)} \ldots \pi^6 3^{-7}\ \pi^5 3^{-6}\ \pi^4 3^{-5}\ \pi^3 3^{-4}\ \pi^2 3^{-3}\ \pi 3^{-2}\ \pi^0 3^{-1}\ \pi^{-1} 3^0\ \pi^2 3^1\ \pi^{-3} 3^2\ \pi^{-4} 3^3\ \pi^{-5} 3^4 \ldots \pi^{-(m-2)} 3^{m-3}$

und teilen wir den Wert $\pi^2 3^{-3}$ fortgesetzt durch den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$, so erhalten wir die folgende Reihe:

2. Reihe: $\pi^{2m+2} 3^{-(2m+3)} \ldots \pi^{10} 3^{-11}\ \pi^8 3^{-9}\ \pi^6 3^{-7}\ \pi^4 3^{-5}\ \pi^2 3^{-3}\ \pi^0 3^{-1}\ \pi^{-2} 3^1\ \pi^{-4} 3^3\ \pi^6 3^5 \ldots \pi^{-(2m-2)} 3^{2m-3}$

Es ergibt sich aus dem Vergleich der beiden Reihen, dass das 2. Glied rechts und links von dem Werte $\pi^2 3^{-3}$ der 1. Reihe mit dem 1. Gliede rechts und links vom Werte $\pi^2 3^{-3}$ ident ist. Dividieren wir $\pi^2 3^{-3}$ fortgesetzt durch den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^3$, so werden wir finden, dass das 3. Glied der 1. Reihe mit dem 1. Gliede der 3. Reihe ident ist, und so können wir weiterfahren bis zur $n$ten Reihe, indem wir $\pi^2 3^{-3}$ durch $\left(\frac{\pi}{3}\right)^n$ dividieren. Es wird dann das 1. Glied der $n$ten Reihe rechts und links von $\pi^2 3^{-3}$ mit dem $n$ten Glied der 1. Reihe ident sein. Das erscheint ja sehr einfach und selbstverständlich, aber in den Beziehungen dieser n Reihen liegt ein höchst merkwürdiges mathematisches Gesetz verborgen, das anscheinend bisher noch nicht bekannt war. Meine Aufmerksamkeit wurde auf diese Beziehungen ursprünglich durch die Erkenntnis der Tatsache, dass in regelmässiger Folge Glieder in der zweiten Reihe fehlten, die in der ersten vorhanden waren, gelenkt. Ich stellte nun die beiden Reihen untereinander und um zu sehen, welche Glieder der ersten Reihe in der zweiten Reihe fehlen, wenn ich den Wert $\pi^2 3^{-3}$ fortgesetzt mit $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$, also mit $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right)^4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^6 \ldots \left(\frac{\pi}{3}\right)^m$ multipliziere, stellte ich jedesmal den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$ unter den entsprechenden Wert der ersten Reihe. Das ist, wie ich gerne zugeben will, weder mathematisch noch logisch, sondern eine Art Hilfsmittel, das mir sagen sollte, dass, wenn ich ein beliebiges Glied $\pi^{m+2} 3^{-(m+3)}$ der 1. Reihe durch den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$ dividiere, ich einen Wert erhalte, der ein Glied der 2. Reihe ergibt. In ähnlicher Weise verfuhr ich mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{3}\right)^3$ und dem Werte $\left(\frac{\pi}{3}\right)^4$ und erhielt auf diese Weise die nebenstehende Tabelle.



Ich wollte diese Tabelle als nutzlose mathematische Spielerei mit dem Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^4$ abbrechen, als mir auffiel, dass unter dem Werte $\frac{\pi^{14}}{3^{15}}$ der ersten Reihe die Werte $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right)^3 \left(\frac{\pi}{3}\right)^4$ standen, mit andern Worten, dass dieser Wert in allen vier Reihen vorkommen müsse. Nun wollte ich sehen, ob noch ähnliche Werte existierten, d. h. ob in der ersten Reihe Werte auftreten, die in der 5., 6., 7. usw. Reihe auftreten. Es war mir bei dem Entwurf der nebenstehenden Tabelle aufgefallen, dass die Potenz von $\frac{\pi}{3}$, mit der ich den Wert $\pi^2 3^{-3}$ multiplizierte, jedesmal um so viel Einheiten von dem Werte $\pi^2 3^{-3}$ nach rechts oder links abstand, als der Wert ihres Exponenten betrug. Es stand der erste Wert der 2. Reihe, in welcher ich mit $\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$ multiplizierte, um zwei Einheiten, der erste Wert der 3. Reihe, in welcher ich mit $\left(\frac{\pi}{3}\right)^3$ multiplizierte, um drei Einheiten von einer gedachten Mittel- oder Nullinie ab. Ich brauchte also, wenn ich feststellen wollte, welche Werte die 5. Reihe mit der 1. Reihe gemeinsam hat, nur jedesmal von der Null- oder Mittellinie ausgehend nach rechts oder links 0 1 2 3 4 5 Einheiten zuzählen und hier den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^5$ zu schreiben; alsdann zählte

ich wiederum 1 2 3 4 5 Einheiten, denn der eben geschriebene Wert galt ja als die 0. Einheit, und schrieb wiederum die entsprechende Potenz von $\frac{\pi}{3}$ also in diesem Falle $\left(\frac{\pi}{3}\right)^5$. Ebenso verfuhr ich mit der 6., 7., 8. usw. bis zur n. Reihe, und erhielt auf diese Weise die folgende Tabelle, wobei ich jedoch nur die linke Seite vollständig ausschrieb, da mir die rechte Seite nicht ganz klar war (s. Seite 75).

In dieser Tabelle steht also in der untersten Reihe die Potenz von $\frac{\pi}{3}$ um soviel Einheiten von der Nullinie nach links gerückt, als ihr Exponent Einheiten zählt, das heisst also, der erste Wert, welchen z. B. die 16. Reihe mit der 1. Reihe gemeinsam haben würde, wäre der Wert $\frac{\pi^{18}}{3^{19}}$. Diesen Wert würde aber auch die 8., die 4. und die 2. Reihe mit der 1. Reihe gemeinsam haben. Um mir die Übersicht etwas zu erleichtern, zog ich von dem untersten Werte nach den Werten der ersten Reihe senkrechte Linien und dabei fiel mir auf, dass, während auf einzelnen dieser Linien eine ganze Anzahl von Potenzen des Wertes $\frac{\pi}{3}$ standen, auf andern keine einzige zu finden war. Als ich nun diese Linien genauer untersuchte, fiel mir weiter auf, dass dieselben in der untersten Reihe mit den Werten

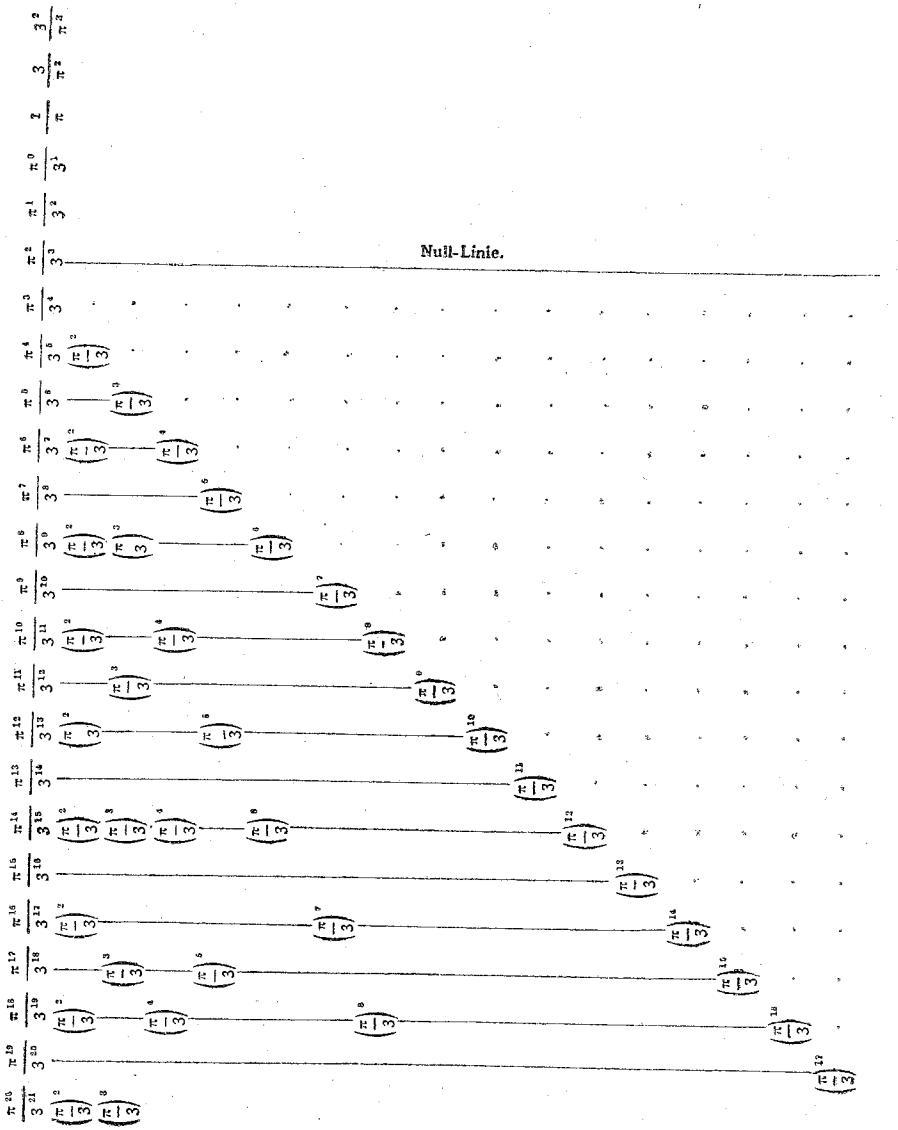
$$\left(\frac{\pi}{3}\right)^{17} \quad \left(\frac{\pi}{3}\right)^{13} \quad \left(\frac{\pi}{3}\right)^{11} \quad \left(\frac{\pi}{3}\right)^{7} \quad \left(\frac{\pi}{3}\right)^{5} \quad \left(\frac{\pi}{3}\right)^{3}$$

anfingen und in der obersten Reihe mit den Werten

$$\frac{\pi^{19}}{3^{20}} \quad \frac{\pi^{15}}{3^{16}} \quad \frac{\pi^{13}}{3^{14}} \quad \frac{\pi^{9}}{3^{10}} \quad \frac{\pi^{7}}{3^{8}} \quad \frac{\pi^{5}}{3^{6}}$$

endeten. Die Exponenten der Werte der untersten Reihe sind ja die Primzahlen sagte ich mir, und um die Probe zu machen, folgerte ich, dass die Linie $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{19} - \frac{\pi^{21}}{3^{22}}$ ebenfalls keine Potenz von $\frac{\pi}{3}$ enthalten dürfe, wenn diese Auffassung richtig sei. Ich zählte also 19 Einheiten von der Nullinie nach links ab, zog die Senkrechte und siehe da, nicht eine einzige Potenz von $\frac{\pi}{3}$ stand auf dieser Linie. Jetzt gewann diese scheinbare mathematische Spielerei mit einem Schlage ein ganz anderes Aussehen, denn das war mir ohne weiteres klar, das war keine Spielerei, sondern ein Zahlengesetz, auf das ich ganz zufällig gestossen war. Nun sah ich mir die auf den senkrechten Linien stehenden Potenzen von $\frac{\pi}{3}$ genauer an, und zu meinem allergrössten Erstaunen fand ich, dass die Exponenten der einzelnen Glieder die Faktoren darstellen, in welche sich der Exponent des untersten

Gliedes mit dem eine Vertikalreihe beginnt, zerzerlegen lässt. Betrachten wir z. B. die Vertikalreihe, die mit dem



Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{16}$ beginnt, und dem Werte $\frac{\pi^{18}}{3^{19}}$ endigt. In dieser Vertikalreihe stehen die Glieder $\left(\frac{\pi}{3}\right)^8 \left(\frac{\pi}{3}\right)^4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^2$, es sind aber die Exponenten dieser

Werte die Faktoren, in welche sich der Exponent 16 des Wertes $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{16}$ zerlegen lässt. Ein Gleiches gilt für den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{12}$, über dem die Werte $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{6}\left(\frac{\pi}{3}\right)^{4}\left(\frac{\pi}{3}\right)^{3}\left(\frac{\pi}{3}\right)^{2}$ stehen, denn die Exponenten 6, 4, 3, 2 dieser Glieder sind die Faktoren, in welche sich die Zahl 12, d. h. der Exponent des untersten Gliedes der Vertikalreihe $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{12} - \frac{\pi^{14}}{3^{15}}$ zerlegen lässt.

Wir sehen nun ohne weiteres, dass wir das Endglied einer jeden Vertikalreihe, das ein Glied der 1. Reihe ist, ohne weiteres bestimmen können, wenn uns das Anfangsglied irgend einer Reihe bekannt ist, denn wir sehen, dass bei dem Endgliede der Exponent des Zählers π immer um 2, derjenige des Nenners 3 immer um 3 Einheiten grösser ist als die entsprechenden Werte des Anfangsgliedes einer Vertikalreihe.

Wir haben also ganz allgemein für die n. Reihe den Wert des um n Einheiten von der Nullinie nach links abstehenden Anfangsgliedes $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{n}$ und den Wert des darüberstehenden Endgliedes der Vertikalreihe gleich $\frac{\pi^{n+2}}{3^{n+3}}$. Zwischen diesen beiden Endgliedern finden sich diejenigen Werte, deren Exponenten angeben, in welche Faktoren sich die Zahl n zerlegen lässt. Es ist nun klar, dass wir die erste Reihe nach links hin ins Unendliche verlängern können, ebenso wie wir die schräg nach unten laufende Reihe ebenfalls ins Unendliche verlängern können, mit andern Worten, wir können die Faktoren, in welche irgend eine beliebige Zahl zerlegt werden kann, ohne weiteres aus dieser Tafel entnehmen, wenn wir die schräge Reihe bis zu dem Werte von $\frac{\pi}{3}$ verlängern, dessen Exponent die betreffende Zahl ist, dann das darüber stehende Endglied nach der obigen Regel bilden und nun die Horizontalreihen so weit verlängern, dass sie die Vertikalreihe schneiden.

Damit könnten wir also, rein mechanisch, ohne weiteres feststellen, ob irgend eine beliebige Zahl eine Primzahl ist oder ob sich dieselbe in Faktoren und in welche zerlegen lässt, wenn dieser Art der Darstellung leider nicht unüberwindliche praktische, oder besser gesagt, technische Schwierigkeiten im Wege ständen. Diese Tafel nimmt, wenn der Exponent n eine dreistellige Zahl, so ungeheuerliche Dimensionen an, dass sie praktisch kaum mehr darstellbar ist, wird er aber gar eine vier- oder noch mehrstellige Zahl, so ist die zur graphischen Darstellung erforderliche Fläche von solcher Grösse, dass dieselbe nicht mehr zu übersehen ist. Nehmen wir z. B. an, dass die ursprünglich als Masstab gewählte Grösse der Längeneinheit 1 mm sei, eine so kleine Grösse, dass die ersten Anfänge der Tafel nur mit Hilfe einer Lupe zu lesen sind, so wird für den Wert $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{1000}$ die Tafel bereits eine Länge und eine Höhe von 1 Meter haben; für $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{10^6}$ also $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{1\,000\,000}$ würde die Tafel

eine Länge und Breite von 1 Kilometer haben. Es ist also klar, dass der praktischen Darstellung gewisse Grenzen gesetzt sind und darum ist es erforderlich, zu versuchen, festzustellen, ob mit Hilfe des Gesetzes, das diese Tafel bestimmt, die Zerlegbarkeit einer beliebigen Zahl in ihre Faktoren festgestellt werden kann, ohne zu ungeheuerlichen graphischen Darstellungen Zuflucht zu nehmen.

Zur besseren Erläuterung des bereits Gesagten und des Nachfolgenden habe ich nun zwei Tafeln entworfen, deren eine allerdings erst in meinem grösseren Werke gebracht wird.

Diese Tafel stellt die Entwickelung der Faktorentafel, ausgehend von dem o-Wert $\pi^2 3^{-3}$ nach links bis zur Vertikalreihe $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{32} - \frac{\pi^{39}}{3^{38}}$, nach rechts bis zur Vertikalreihe $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{32} - \frac{3^{29}}{\pi^{30}}$. In dieser Tafel sind die Primzahlen durch senkrechte Linien besonders hervorgehoben. Die Anzahl der Faktoren, in welche eine Zahl, die durch den Exponenten der Grundreihe ausgedrückt ist, zerlegt werden kann, ist durch die Zahl der in der Vertikallinie darüber stehenden Werte von $\frac{\pi}{3}$ angegeben, deren Exponenten die Faktoren angeben, in welche die Zahl zerlegt werden kann.

Man sieht nun zunächst, dass in dieser Hinsicht zwischen rechts und links kein Unterschied besteht und dass auf der rechten Seite über dem Grundwert genau dieselben Werte von $\frac{\pi}{3}$ stehen wie auf der linken. Hieraus folgt, dass für die rein mechanische Darstellung die erste Reihe, d. h. die sukzessive Teilung der unendlichen Reihe, die mit dem Werte $\pi^{m+2} 3^{-(m+3)}$ beginnt, durch den Wert $\frac{\pi}{3}$ nicht erforderlich ist. Weiter sehen wir, dass, da die Wurzel $\frac{\pi}{3}$ bei allen Potenzen vorkommt, es nicht notwendig ist, bei der rein mechanischen Darstellung dieselbe immer mitzuführen, sondern es genügt, einfach ihren Exponenten zu schreiben.

Auf diese Weise ist Tafel I, Fig. 1 entworfen worden, deren Konstruktion kurz erläutert sein mag. Man wähle als Längeneinheit einen beliebigen Masstab. Dann bestimme man eine beliebige Vertikallinie als o-Linie, deren Länge n Einheiten sei. Der Anfangspunkt dieser Linie ist der Nullpunkt.

Nun gehe man auf der o-Linie eine Einheit nach abwärts, ziehe an diesem Punkt eine Horizontallinie, die man nach rechts oder links ziehen kann, trage auf dieser Linie n Einheiten auf und schreibe jedesmal die Zahl 1. Dann gehe man auf der Vertikalen wiederum eine Einheit herunter, ziehe wieder eine Horizontale, die man n Einheiten macht, und zähle nun von der o-Linie an jedesmal 2 Einheiten und setzt an diese Stelle jedesmal eine 2. Dann geht man 3 Einheiten auf der Vertikalen nach abwärts, zieht wieder die Horizontallinie, auf der man n Einheiten aufträgt, und zählt dann

von der 0-Linie an jedesmal 3 Einheiten und setzt an diese Stelle eine 3. Auf diese Weise fährt man fort, so dass schliesslich in der n. Reihe man n Einheiten von der 0-Linie zählt und dann jedesmal die Zahl n schreibt. Wäre z. B. $n = 10^6$ (eine Million) und die gewählte Längeneinheit 1 mm, so würde der erste Wert 10^6 um 10^6 Millimeter, also 1 Kilometer von der 0-Linie abstehen, der zweite würde wiederum 10^6 Millimeter vom ersten oder 2 Kilometer von der 0-Linie abstehen usw.

Es ist nun ganz klar, dass man mit dieser Tafel alle möglichen Rechnungsarten, Multiplizieren oder Potenzieren, Dividieren oder Radizieren ausführen kann, denn es ist ganz klar, dass z. B. der Wert 2×12 in der 12. Horizontalreihe an der zweiten Stelle von der 0-Linie aus gerechnet, über dem Wert 24 steht, oder dass der Wert $8 \times 8 = 8^2$ in der 8. Horizontalreihe an der 8. Stelle steht, über dem Endwert 64 steht. Die Division resp. Radizierung ist einfach eine Umkehrung dieser Operation.

Wäre die Konstruktion dieser Faktorentafel bis zu jeder beliebigen Zahl möglich, so könnte man ohne weiteres alle Primzahlen konstruktiv ermitteln, da aber dieser Weg praktisch unmöglich ist, so ist zu untersuchen, ob sich nicht aus dem Gesetz, das diese Tafel reguliert, die Zerlegung einer Zahl in Faktoren ohne weiteres ermitteln lässt. Hierüber habe ich in meinem grösseren Werke eingehende Untersuchungen gemacht, die anscheinend zu einem Abschluss führen werden.

Nun kommen wir zu einer höchst eigenartigen Sache: betrachtet man die Tabelle Seite 75, so sieht man ohne weiteres, dass die Reihen jedesmal die Hälfte zweier nebeneinander liegender Quadranten einnehmen. Es liegt also der Gedanke sehr nahe, nicht nur in die beiden andern Quadranten ähnliche Reihen einzuzeichnen, sondern auch die freigebliebenen Hälften der vier Quadranten in ähnlicher Weise durch Reihen auszufüllen. Verbindet man nun die Werte durch Linien und lässt schliesslich die Zahlenwerte überhaupt weg, so erhält man ein System von Linien, die alle in gesetzmässiger Weise von einem Mittelpunkte oder 0-Punkt, in welchem der Wert $\pi^2 3^{-3}$ steht, ausstrahlen. Das auf diese Weise entstehende Bild ist auf Tafel I, Fig. 2 dargestellt. Es ist ein aus Strahlen gebildetes Kreuz, dessen Strahlen alle von dem Punkte $\pi^2 3^{-3}$ derart ausstrahlen, dass die natürlichen Kotangenten der von diesen Strahlen gebildeten Winkel die Werte der natürlichen Zahlenreihe, nämlich 1, 2, 3, 4 usw. bis ∞ haben. Als Mittelstrahl verläuft in jedem Quadranten die Linie, die einen Winkel von 45^0 bildet, deren Kotangente also den Wert 1 hat. Hieran schliessen sich beiderseits immer enger aneinandergedrängt die Strahlen, die Winkel bilden, deren Kotangente sukzessive die Werte 2, 3, 4 usw. bis ∞ hat.

Dieses Strahlenkreuz hat auf mich einen nachhaltigen, tiefen Eindruck gemacht, denn es beweist, dass das ureigenste Symbol der christlichen Kirche, das Kreuz, insbesondere das Strahlenkreuz, einer viel älteren Kultur entnommen ist. Aller Wahrscheinlichkeit nach haben diejenigen, welche das Strahlenkreuz unter die Symbole der christlichen Kirche aufnahmen, keine Ahnung von der wirklichen Bedeutung dieses Symbols gehabt. Wenn heute ein frommer Christ anbetend vor dem Strahlenkreuze kniet, so wird ihm nichts ferner liegen als der Gedanke, dass er damit einer geheimnisvollen

mathematischen Figur seine Verehrung erweist, einer Figur, die eigentlich nichts anderes darstellt als eine Rechentafel, in welcher alle Zahlen in ihre Faktoren zerlegt sind und mit deren Hilfe sich allerlei arithmetische Operationen ausführen lassen. Um aber richtig zu sein, müssen die Strahlen stets einen solchen Winkel mit der Horizontalen bilden, dass die natürliche Kotangente des kleineren, oder die natürliche Tangente des grösseren Winkels fortlaufend die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 usw. darstellen. Im Mittelpunkte des Kreuzes oder im 0-Punkte aller Reihen, in dem alle Strahlen sich schneiden, steht der gewaltige kosmische Wert $\pi^2 3^{-3}$, der als Zeitmass gelesen die Dauer von 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden, d. h. die Umlaufszeit der Erde um die Sonne oder als absolutes Längenmass 365 540 Million 903 Tausend 744.042 ägyptische Ellen, die Länge eines Quadranten der Erdbahn darstellt.

Meiner Ansicht nach haben die ägyptischen Mathematiker die Faktorentafel gekannt, darauf deuten die eigenartigen Linienornamente im Kopfputz oder der Kleidung der ägyptischen Götter und Könige hin. Würde man die Winkel der Linien messen, die sich auf dem Kopfputz z. B. der Sphinx finden, so würde man wahrscheinlich sehen, dass diese Winkel eine derartige Grösse haben, dass ihre Kotangenten resp. Tangenten die natürliche Zahlenreihe darstellen. Würde sich diese Hypothese als richtig erweisen, woran ich nicht im geringsten zweifle, so würde dieselbe ein ganz neues Licht auf die ägyptische Ornamentik werfen und damit eine Erklärung dieser eigentümlichen Linienornamentik geben. Diese Linienornamentik war das Symbol der Faktorenreihen, die ihrerseits wieder auf die Umlaufszeit der Erde um die Sonne zurückzuführen sind, und das wäre das grosse Geheimnis der ägyptischen Linienornamentik, das durch diese Erklärung zum erstenmale erkannt worden wäre. Es wäre nun in hohem Grade interessant zu wissen, welches das ägyptische Wort für den Wert $\pi^2 3^{-3}$ war, oder ob gar hierfür eine Hieroglyphe existierte. Ich kann mich des Gedankens nicht entschlagen, dass die mystische Inschrift I. N. R. I., die gewöhnlich über dem Haupte Jesu, das ja im Mittelpunkt des Kreuzes angebracht ist, und die man in Ermangelung einer besseren Erklärung als Jesus Nazarethus Rex Judaeorum gedeutet hat, das ägyptische Wort darstellt, das für den Wert $\pi^2 3^{-3}$ steht.

Allein wie dem auch sein mag, ob die letztere Ansicht, an der fromme Christen jedenfalls grossen Anstoss nehmen werden, richtig ist oder nicht, so viel steht wenigstens fest, dass das ureigenste Symbol der christlichen Kirche, das Strahlenkreuz, altägyptischen Ursprunges ist und nichts anderes als eine stilisierte Rechentafel darstellt.

Das sind nun so ungewöhnlich interessante Feststellungen, dass man es kaum für möglich hält, dass all dies aus den Dimensionen der Steintruhe in der Cheops-Pyramide, mit denen niemand etwas anzufangen wusste, abgeleitet werden konnte, aber dennoch ist dem so. Eines führte zum andern, die Dimensionen der Steintruhe zu den Dimensionen der Cheops-Pyramide, diese zu den Teil-Pyramiden, die ihrerseits zu den Reihen führten, und diese führten wiederum zur Entdeckung der Faktorentafel mit all ihren weitgehenden Schlussfolgerungen. Aber selbst, wenn man diese

nicht akzeptiert, das Strahlenkreuz, die Beziehungen der Faktorentafel zur ägyptischen Ornamentik bleiben ganz unzweifelhaft bestehen; aber noch mehr, selbst wenn man diese als interessante, aber noch unerwiesene Hypothese ablehnen wollte, so bleibt eben immer noch als unumstössliche mathematische Tatsache die Faktorentafel mit all ihren mathematischen Problemen, die noch zu lösen sind, bestehen. Eigentlich ist die Faktorentafel so ungeheuer einfach zu entwerfen, dass ich mich immer und immer wieder gefragt habe, wie es nur möglich ist, dass solche grossen mathematischen Geister wie Leibnitz und Euler dieselbe nicht gefunden haben. Vielleicht irre ich mich und meine Vermutung, dass die Faktorentafel noch nicht bekannt ist, beruht nur auf meiner geringen Kenntnis der Mathematik, aber so viel kann ich sagen, dass ich in den mir zugänglichen Lehrbüchern keinen Hinweis darauf gefunden habe, ebensowenig war dieselbe andern, die eine erheblich grössere Kenntnis der Mathematik besassen, als ich sie habe, bekannt.

Es ist möglich, dass die Pythagoräer noch die Faktorentafel und das Strahlenkreuz gekannt haben, aber wahrscheinlich hatten sie bereits keinerlei Kenntnis der Art der Ableitung. Den sechsstrahligen Stern Magén David ausgenommen, gibt es vielleicht kaum ein Symbol, das von einem dichteren mystischen Nebel umhüllt ist als das Strahlenkreuz. Wenn also ein so geheimnisvolles Symbol in der christlichen Mystik Aufnahme fand, so ist dies besonders dann verständlich, wenn der Begründer der christlichen Religion den Kreuzestod erlitten hat.

Fünfter Abschnitt:

Die kosmischen Zahlen und ihre Bedeutung.

Es ist jedem, der sich nur flüchtig mit der Cheops-Pyramide beschäftigt hat, aufgefallen, dass die Zahlenwerte, durch welche ihre Abmessungen ausgedrückt sind, eine gewisse Bedeutung haben. Diese Erkenntnis hat leider schon viel Schaden angerichtet, denn es wurden diesen Werten geheimnisvolle, mystische Bedeutungen unterschoben, die denselben vollständig fehlen. Mit Vorliebe hat man die Cheops-Pyramide als eine Art steinerner Prophezeiung der Zukunft des Menschengeschlechtes aufgefasst. Eyth's Rev. Thinker ist ein abschreckendes Beispiel dieser Art von Afterwissenschaft, die übrigens mit Vorliebe von den Engländern gepflegt wird. Erst vor etwa zwei Jahren hat wiederum ein Engländer nach dem Zeugnis des Rev. Webb-Pebloe ganz Erschreckliches aus den Zahlenwerten der Cheops-Pyramide für die Zukunft der Erde herausgelesen. Aber die Erde und das Menschengeschlecht bestehen immer noch, trotz dem Rev. Thinker und dem Rev. Webb-Pebloe. Diese Art von Wühlen im Mystischen kann nicht entschieden genug verurteilt werden, da sie nur Schaden anrichtet, aber keinerlei Nutzen bringt. Leider fürchte ich, dass trotz aller Fehlschläge dieser Prophezeiungen, immer und immer wieder aufs neue über verborgene Geheimnisse der Cheops-Pyramide, die gar nicht vorhanden sind, gegrübelt wird. Ich fürchte sogar, dass die Feststellung, dass die Hauptdimensionen der Pyramide in engster Beziehung zur Umlaufszeit der Erde um die Sonne, der Länge der Erdbahn und der Entfernung der Erde von der Sonne stehen, diesen mystischen Spekulationen aufs neue Anregung gibt. Ich möchte aber ausdrücklich dagegen Verwahrung einlegen, dass irgendwo in diesem Buche etwas gesagt ist, das man als eine Prophezeiung deuten oder auslegen könnte. Ich habe mich stets an nüchterne mathematische Tatsachen gehalten, und wenn ich hin und wieder eine Theorie aufgestellt oder eine Hypothese ausgearbeitet habe, so ist das nur zu selbstverständlich, aber das sind keine Weissagungen oder Prophezeiungen.

Die Zahlenwerte, welche durch die Cheops-Pyramide dargestellt werden, lassen sich nun in ganz verschiedener Art und Weise deuten oder auslegen. Irgend ein Zahlenwert kann entweder ein Längenmass oder ein Zeitmass oder ein Winkelmass darstellen. Der reine abstrakte Zahlenwert, oder besser gesagt, die Reihenfolge der Zahlen, bleibt immer dieselbe, nur die Bedeutung, die wir derselben beilegen, ändert sich.

Diese Auffassung wird am besten an folgendem Beispiel erläutert. Die Abmessungen der Cheops-Pyramide stellen ganz zweifelsohne die absoluten

Längenmasse in ägyptischen Ellen dar. Diese absoluten Längenmasse kann man als Näherungswerte ganz bestimmter irrationaler Werte, die mit 10^3 zu multiplizieren sind, um den absoluten Wert zu erhalten, auffassen. Es ist z. B.

$$\pi\, 3^{-3} \cdot 2 = 0.232\,710\,566\,932\,577\ldots$$

und

$$\pi\, 3^{-3} \cdot 2 \times 10^3 = 232.710\,566\,932\,577\ldots$$

Dieser Wert stellt aber die Höhe der Pyramide in ägyptischen Ellen dar. Legen wir diesem Wert die Bedeutung als Meter bei, lesen denselben also 232.710 566 932 577 Meter, so stellt dieser Wert die Grösse der Seitenlänge der Cheops-Pyramide in Metern dar.

Multiplizieren wir den Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ mit 10^{12}, so haben wir

$$\pi\, 3^{-3} \cdot 2 \times 10^{12} = 232\,710\,566\,932.577$$

und nennen wir diese Zahl ägyptische Ellen, so ist der Wert

232 710 Millionen
566 Tausend
932.577 Ellen

oder 148.148 Millionen Kilometer, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. Das sind also ziemlich einfache, absolute Längenmasse.

Nun können wir aber den Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ mit einer beliebigen Potenz von 10 multiplizieren, um den Dezimalbruch wegzuschaffen, oder noch einfacher, wir lassen das Dezimalzeichen gänzlich ausser Betracht und untersuchen nur den reinen Zahlenwert

$$232\,710\,566\,932\,577\ldots$$

der keinerlei konkreten Wert, also auch nicht Millionen, Hunderttausende usw. darstellt und den wir auf beliebig viele Stellen angeben können. Wir wollen diesen Wert nun folgendermassen zerlegen:

232 7 10 56 693 257 7

Legen wir diesen Zahlengruppen den Wert von Tagen, Stunden, Minuten, Sekunden und Dezimalen von Sekunden bei, lesen denselben also

232 Tage 7 Stunden 10 Minuten 56.693 257 7 Sekunden,

so ist diese Zeit gleich der doppelten Länge des Durchmessers der Erdbahn in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden. Die Länge des Durchmessers der Erdbahn in Zeitmass erhalten wir also, wenn wir den obigen Wert durch 2 dividieren; wir erhalten dann

116 3 55 28 346 628 8

oder 116 Tage 3 Stunden 55 Minuten 28.346 628 8 Sekunden als Durchmesser der Erdbahn in Zeitmass, wie man sich durch eine einfache Rechnung überzeugen kann. Der Radius der Erdbahn in Zeitmass ist nun wiederum die Hälfte des obigen Wertes, also

58 Tage 1 Stunde 7 Minuten 7.641 733 144 Sekunden.

Aus diesen Zahlen geht nun hervor, dass man den konkreten Wert, d. h. den Wert, dem wir eine bestimmte Bedeutung beigelegt haben, in dieser

Bedeutung nicht ohne weiteres verdoppeln darf, um einen andern konkreten Wert der gleichen Bedeutung zu erhalten, sondern dass man immer auf den abstrakten Wert zurückgreifen muss, um aus diesem den konkreten Wert abzuleiten.

2 × 58 Tage 1 Stunde 7 Minuten 7.6417 Sekunden sind
116 Tage 2 Stunden 14 Minuten 15.2834 Sekunden.

Aber der richtige Wert ist 116 Tage 3 Stunden 55 Minuten 28.346 Sekunden.

Nun wollen wir die abstrakte Zahl

232 710 566 932 577

einmal folgendermassen zerlegen:

23 2 7 10 566 932 577

Als Zeitmass gelesen sind dies

23 Tage 2 Stunden 7 Minuten 10.566 932 577... Sekunden.

Dieser Wert ist aber die berühmte, von Fliess berechnete, männliche Periode. Multiplizieren wir den abstrakten Wert 232 710 566 932 577 mit 2, bilden also den Wert

465 421 338 651 54[1])

und zerlegen diese rein abstrakte Zahl in die folgenden Gruppen

46 54 21 33 8 651 54

die wir 46 Jahre 54 Tage 21 Stunden 33 Minuten 8.651 54... Sekunden lesen wollen, so stellt dieses Zeitmass aller Wahrscheinlichkeit nach die durchschnittliche Zeit des Eintrittes des weiblichen Klimakteriums dar.

Nun wollen wir den Wert

232 710 566 932 577

noch auf eine andere Art zerlegen; wir teilen denselben in die folgenden Gruppen

23 27 10 566 932 577

Wenn wir diesen Wert als Winkelmass, d. h. als Grade, Minuten, Sekunden und Dezimalen von Sekunden lesen, also

$$23^\circ\, 27'\, 10''.566\,932\,577,$$

so stellt dieser Winkel die allergenaueste Neigung der Erdachse zur Erdbahn dar, den man kennt. Ich nenne nun solche Zahlen, die in erster Linie rein abstrakt zu betrachten sind, k o s m i s c h e Z a h l e n, deren rein abstrakter Zahlwert am besten durch ein Produkt von Potenzen der Zahl π mit Potenzen der Zahlen 3 und 2, das ich a l g e b r a i s c h e n W e r t nenne, ausgedrückt wird. Kosmische Zahlen drücken an sich keinen Wert

[1]) Aller Wahrscheinlichkeit nach drückt der Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2^2 \times 10^9 = 465\,421\,338.65154$ Ellen = 296 296 296.296 Meter = 296 296.296 Kilometer die genaueste Angabe der Lichtgeschwindigkeit aus, die im allgemeinen rund 299 860 Kilometer pro Sekunde angenommen wird. Dieser Wert, der wahrscheinlich abgerundet ist, ist nur um 3 564.564 Kilometer grösser als der Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2^2 \times 10^9$.

aus, weder einen arithmetischen noch einen sonstigen, aber sie stellen immer d e n Wert dar, den wir ihnen beilegen; hierbei ist aber gewöhnlich eine Art Gruppierung notwendig.

Am einfachsten ist es, die kosmischen Zahlen als Längenmasse darzustellen. Man braucht in diesem Falle nur die algebraischen Werte mit den entsprechenden Potenzen von 10 zu multiplizieren; allerdings erhält man in diesem Falle die absoluten Längen stets in ägyptischen Ellen; die Umwandlung in Meter ist aber ungemein leicht, denn man braucht nur den algebraischen Wert mit $\frac{2}{\pi} = \pi^{-1}\,2$, oder den Zahlenwert mit 0.636 619 772 367 581... (Logarithmus $\bar{1}$.803 880 1), zu multiplizieren, um die Längenmasse in Meter zu erhalten.

Etwas schwieriger gestaltet sich die Sache, wenn wir durch die kosmischen Zahlen ein Zeitmass ausdrücken wollen, z. B. Jahre, Tage, Stunden, Minuten und Sekunden. Es ist ohne weiteres klar, dass die Zahl der Jahre beliebig gross sein kann, nicht aber die Zahl der Tage, die 365 nicht überschreiten darf, denn sonst sind es Jahre; so können wir z. B. in der kosmischen Zahl 46 542 133 nicht lesen 46 Jahre 542 Tage 1 Stunde 33 Minuten usw.; denn 542 Tage sind ja mehr als ein Jahr und daraus folgt, dass die Zahl der Tage 54 sein muss. Stände aber an 3. Stelle statt der 5 eine 3, so könnten wir jedenfalls 46 Jahre 342 Tage usw. lesen. Ein Gleiches gilt für die Stunden, die natürlich die Zahl 24 nicht überschreiten dürfen, ebensowenig wie die Minuten und Sekunden immer weniger als 60 sein müssen. Eine weitere, allerdings sehr geringfügige, Schwierigkeit liegt darin, wenn sich eine zweizählige Gruppe, deren erste Ziffer eine 0 ist, ergibt. Soll man z. B. den Wert 05 als 5 Stunden oder 0 Stunden 5 Minuten lesen? Ich habe nun indirekt herausgefunden, dass trotzdem Stunden, Minuten und Sekunden zweizählig sind, dass es also naheliegt 05 als 5 Stunden und nicht 0 Stunden 5 Minuten zu lesen, die letztere Art der Deutung die richtige ist; denn lesen wir in der kosmischen Zahl die Gruppe 05 als 5 Stunden, so legen wir derselben schon von vornherein einen konkreten Wert bei, indem wir an die 24 Stunden des Tages denken.

Analog wie bei dem Zeitmass gestaltet sich das Verfahren, wenn wir den kosmischen Zahlen den Wert als Winkelmass beilegen.

Aber die kosmischen Zahlen können noch andere, z. B. trigonometrische Werte, oder vollkommen abstrakte Verhältniswerte darstellen.

So stellt z. B. die kosmische Zahl

$$(\pi 3^{-3} \cdot 2)\left(\frac{\pi}{2}\right) 5^3 \times 10^{-3} = 5.711\,576\,620\,929\,8\ldots$$

das spezifische Gewicht der Erde (Verhältniszahl) dar. Oder der Wert

$$(\pi 3^{-3} \cdot 2)\,(3^3 \cdot 2^{-1})\,5^2 \times 10^{-2} = \left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.785\,398\,163\,397\ldots$$

stellt die natürliche Kotangente des Basiswinkels des Entfernungsdreiecks der Erde, der gleich dem Neigungswinkel der Seitenflächen der Cheops-

Pyramide ist, dar. Aus Obigem folgt, dass wir kosmische Zahlen mit beliebigen Faktoren multiplizieren und dividieren können, aber wir müssen immer zunächst die rein arithmetische Operation mit dem abstrakten kosmischen Wert, der wiederum am zweckmässigsten durch den algebraischen Wert ausgedrückt wird, ausführen und erst dann demselben einen konkreten Wert beilegen.

Aller Wahrscheinlichkeit nach sind die wichtigsten kosmischen Zahlen diejenigen, welche die Entfernung der Planeten von der Sonne ausdrücken, jedenfalls gilt dies für die Erde, und was für die Erde gilt, dürfte bei dem gesetzmässigen Zusammenhang des ganzen Planetensystems auch auf die andern Planeten zutreffen.

Wir können z. B. aus der kosmischen Zahl der Entfernung der Erde, mit Leichtigkeit die kosmische Zahl der Umlaufszeit erhalten, wenn wir dieselbe mit $\frac{\pi}{2} = 1.570\,796\,326\,794\ldots$ (Logarithmus 0.196 119 7) multiplizieren. Diese Operation führt man am besten wiederum mit Hilfe des algebraischen Wertes aus. Es ist

$$(\pi 3^3 \cdot 2)\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi^2 3^{-3}$$

$$= 0.365\,540\,903\,744\,042\,911\,808\,069\,608\,625\,671\,645\,302\,6\ldots$$

Diese kosmische Zahl teilen wir folgendermassen in Gruppen:

365 5 40 9 037 440... und lesen
365 Tage 5 Stunden 40 Minuten 9.037 440 Sekunden.

Das ist aber bis auf 8 Minuten genau die Dauer eines tropischen Jahres[1]).

Umgekehrt folgt, dass wir aus der kosmischen Zahl, welche die Umlaufszeit der Erde darstellt, die kosmische Zahl ihrer Entfernung von der Sonne berechnen können, denn multiplizieren wir den algebraischen Wert der Umlaufszeit, nämlich $\pi^2 3^{-3}$ mit $\frac{2}{\pi}$, so erhalten wir den algebraischen Wert der Entfernung der Erde von der Sonne, den wir nur mit 10^{12} zu multiplizieren brauchen, um die absolute Entfernung in ägyptischen Ellen zu erhalten.

Mit Sicherheit ist uns von den Planeten nur die Umlaufszeit bekannt, aber selbst diese ist in den meisten Fällen nicht ganz genau. Die Umlaufszeit ist also die einzige bekannte Grösse, von der wir ausgehen können. Dass die Umlaufszeit mit der Entfernung in engstem Zusammenhang steht, hat bereits das Genie Keplers in seinem dritten Gesetze erkannt. Man würde aber fehl gehen, wenn man ohne weiteres schliessen würde, dass, weil man bei der Erde die Entfernung aus der Umlaufszeit durch Multiplikation mit

[1]) Über die Differenz von rund 8 Minuten werde ich ausführlicher in meinem größeren Werke sprechen, denn die Möglichkeit, dass in der Zeit von etwa 4000 Jahren die Umlaufszeit der Erde um rund 8 Minuten länger wurde, ist nicht ganz ausgeschlossen.

dem Werte $\frac{2}{\pi}$ erhält, dies auch für die andern Planeten zutreffen würde. Dies ist durchaus nicht der Fall, wie man in meinem späteren Werke sehen wird. Es liessen sich noch eine ganze Anzahl von kosmischen Zahlen anführen, aber es würde dies hier zu weit führen. Es sei nur noch ein Beispiel, weil von besonderem Interesse, hier erwähnt.

Der algebraische Wert der Seitenhöhe der Cheops-Pyramide ist

$$(\pi\, 3^{-3} \cdot 2)\,(\pi^2\, 2^{-4} + 1)^{\frac{1}{2}} = 0.295\,904\,116\,276\ldots$$

Multipliziert man diesen Wert mit 10^3, so erhält man die absolute Grösse der Seitenhöhe in ägyptischen Ellen; zerlegt man aber die kosmische Zahl 295 904 116 276 in die folgenden Gruppen

29 59 0 411 627 6

und liest $29^0\ 59'\ 0''.411\ 627\ 6$,

so wird durch diesen Winkel die geographische Breite der Cheops-Pyramide mit einer bisher unerreichten Genauigkeit ausgedrückt. Man erinnere sich daran, dass eine genau ausgeführte Breitenbestimmung einen Winkel von $29^0\ 58'\ 22''$ ergab, und welche Bemühungen gemacht wurden, um zu beweisen, dass dieser Winkel eigentlich 30^0 sein sollte. Aber dieser Winkel sollte nicht 30^0 sein, sondern wie uns die kosmische Zahl 295 904 116 276, deren algebraischer Wert durch den algebraischen Wert der Entfernung der Erde von der Sonne multipliziert mit der Kosekante des Basiswinkels des Entfernungsdreieckes ausgedrückt wird, besagt, musste er $29^0\ 59'\ 0''.411\ 627\ 6$ sein.

Wir werden im Laufe dieser Darstellung noch viele kosmische Zahlen kennen lernen; hier kam es mir hauptsächlich darauf an, nachzuweisen, dass eine kosmische Zahl die verschiedensten Bedeutungen haben kann. Die Bedeutung, die wir derselben beilegen, der konkrete Wert, den wir derselben geben, ist ein relativer, das einzig Absolute ist der reine, abstrakte Zahlenwert, d. h. eine Anzahl von Zahlen, die in ganz bestimmter Reihenfolge nebeneinander gestellt sind. Ich denke, dieser Nachweis ist mir gelungen und der Begriff der kosmischen Zahl, den ich hiermit in die Wissenschaft einführe, wird für weitere Untersuchungen von dem allergrössten Werte sein.

Sechster Abschnitt:

Das Gesetz des Goldenen Schnittes.

Man kann jede beliebige Grösse derart in zwei Teile zerlegen, dass der kleinere Teil sich zum grösseren verhält wie dieser zum Ganzen. Es muss also die Porportions-Gleichung

Kleinerer Teil : Grösserem Teil = Grösserer Teil : Ganzem

bestehen, oder auch das Quadrat, gebildet aus dem grösseren Teil, ist gleich dem Rechteck, gebildet aus dem kleineren Teil und dem Ganzen. Also

$$a : b = b : a + b$$

und

$$b^2 = a\,(a + b) = a^2 + ab$$

also

$$b = (a^2 + a\,b)^{\frac{1}{2}} = a\left(1 + \frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$a = (b^2 - a\,b)^{\frac{1}{2}} = b\left(1 - \frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Geometrisch wird die Teilung einer Linie nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes folgendermassen ausgeführt: am Ende der zu teilenden Strecke, die wir $2a$ nennen wollen, errichte man eine Senkrechte und mache diese gleich der Hälfte der zu teilenden Strecke, in diesem Falle also gleich a; dann verbinde man die Endpunkte von $2a$ und a, und erhält somit ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen Hypotenuse, da die Katheten den Wert $2a$ resp. a haben, den Wert $a\sqrt{5} = a\,5^{\frac{1}{2}}$ haben muss. Mit andern Worten, konstruiert man ein rechtwinkliges Dreieck, dessen kleinere Kathete genau die Hälfte der grösseren ist, so wird die Länge der Hypotenuse gleich der Länge der kleineren Kathete multipliziert mit der Quadratwurzel aus 5 sein.

Die Tangente des grösseren oder die Kotangente des kleineren Winkels eines Dreiecks von den obigen Abmessungen hat aber den Wert 2, das ist aber bekanntlich der Wert der Tangente resp. der Kotangente des Winkels der zweiten Faktorenlinie R^2, auf welcher die einzelnen Glieder um zwei Einheiten voneinander stehen.

Nun trage man den Wert a auf der Hypotenuse $a\sqrt{5}$ auf, so wird die Länge des übrigbleibenden Stückes

$$a\sqrt{5} - a = a\,(\sqrt{5} - 1)$$

sein. Trägt man dieses Stück auf der grösseren Kathete $2a$ auf, so wird dieselbe in die beiden Teile:

den grösseren Teil $a(\sqrt{5}-1) = a(5^{\frac{1}{2}}-1)$
und den kleineren Teil $a(3-\sqrt{5}) = a(3-5^{\frac{1}{2}})$

zerlegt werden, welche nunmehr die Bedingung, dass der kleinere Teil sich zum grösseren verhält wie dieser zum Ganzen, erhalten werden, denn

$$a(3-5^{\frac{1}{2}}) : a(5^{\frac{1}{2}}-1) = a(5^{\frac{1}{2}}-1 : 2a$$

Nun können wir uns die Werte $(3-5^{\frac{1}{2}})$ und $(5^{\frac{1}{2}}-1)$ ein- für allemal berechnen und dann brauchen wir, wenn wir irgend eine Grösse arithmetisch nach dem Gesetz des goldenen Schnittes teilen wollen, nur die Hälfte dieser Grösse mit dem Koeffizienten $(5^{\frac{1}{2}}-1)$ zu multiplizieren, um das grössere, oder mit $(3-5^{\frac{1}{2}})$, um das kleinere Stück zu erhalten. Selbstverständlich ist es dasselbe, wenn ich, statt die halbe Grösse mit den ganzen Koeffizienten zu multiplizieren, die ganze Grösse mit den halben Koeffizienten multipliziere, was in vielen Fällen für die Rechnung bequemer ist.

Bei der grossen Wichtigkeit, welche $\sqrt{5}$ für das Gesetz des Goldenen Schnittes hat, habe ich dieselbe bis auf 15 Dezimalen berechnet. Es ist

$$\sqrt{5} = 2.236\,067\,975\,934\,631\ldots$$

Hieraus berechnen sich die Konstanten, mit denen die Hälfte der nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes zu teilenden Grösse zu multiplizieren ist, für den

grösseren Teil a auf 1.236 067 975 934 631...
kleineren Teil b auf 0.763 932 024 065 369...

Dementsprechend ergibt sich der Wert der Konstante, mit welcher das Ganze der nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes zu teilenden Grösse zu multiplizieren ist, für den

grösseren Teil a auf 0.618 033 987 967 315...
kleineren Teil b auf 0.381 966 012 032 684...

Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass die Berechnung eines Teiles genügt, denn die Grösse des andern ergibt sich ja durch Abziehen desselben vom Ganzen.

Es mag manchem überflüssig erscheinen, dass ich diese längst bekannten Sätze des Goldenen Schnittes hier wiederhole, aber ich bin sicher, dass die grosse Mehrzahl meiner Leser, selbst diejenigen mit akademischer Bildung, wohl einmal in ihrem Leben von dem Gesetz des Goldenen Schnittes etwas gehört, das Wie? und Warum? dieses Gesetzes aber längst wieder vergessen haben. Für alle diese war das Obige eine Auffrischung des Gedächtnisses, für die andern eine Einführung in das Gesetz, ohne welche das Nachfolgende unverständlich bleiben würde.

Bei meinen Konstruktionsbildern der Cheops-Pyramide war mir aufgefallen, dass überall, wo sich Teilungen von Linien ergeben, diese scheinbar nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes erfolgten, denn immer schien das Quadrat des grösseren Teiles einer Linie gleich dem Rechteck aus dem

Ganzen und kleineren Teil zu sein. Zerlegt man z. B. die Seitenlänge der Cheops-Pyramide auf geometrischem Wege nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes, so ergab sich ein höchst verblüffendes Resultat. Es schien nämlich, als ob der grössere Teil die Seitenlänge der Proto-Pyramide $P(+1)$, der kleinere Teil diejenige der Proto-Pyramide $P(+2)$ darstellt.

Zerlegt man aber die kosmische Zahl der Seitenlänge oder ihren absoluten Wert auf arithmetischem Wege nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes, so ergab sich, dass die Seitenlänge von 365.540 903 744 Ellen in die Teile 225.9186... Ellen und 139.622 3... Ellen zerlegt wurde. Nun ist aber, wie sich aus der trigonometrischen Berechnung ergibt

die Seitenlänge von $P(+1) = 225.968\,0\ldots$ Ellen
„ „ „ $P(+2) = 139.5726\ldots$ „

Es waren also die Grössen der auf dem Wege des Goldenen Schnittes erhaltenen Teile um 0.049 4... Ellen kleiner resp. grösser als die auf trigonometrischem Wege bestimmten Grössen der Seitenlängen der Proto-Pyramiden $P(+1)$ und $P(+2)$; das ist ein so geringfügiger Betrag, dass ich glaubte, denselben vernachlässigen zu dürfen.

Diese Zerlegung der kosmischen Zahl der Seitenlänge der Cheops-Pyramide nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes hat in erster Linie die Veranlassung zur Untersuchung über die Umlaufszeiten der Planeten gegeben, denn die Übereinstimmung der kosmischen Zahl 2 259 680 mit der Umlaufszeit der Venus schien mir ganz auffallend. Es hat sich zwar später erwiesen, dass die Annahme, dass die Umlaufszeit eines Planeten dadurch erhalten wird, dass man die kosmische Zahl der Umlaufszeit des nächstgrösseren, nötigenfalls fortgesetzt, nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes teilt, falsch ist, denn die scheinbar geringfügige Differenz vergrössert sich nach fortgesetzter Teilung so rasch, dass bereits nach dreimaliger Teilung, welche die Umlaufszeit des Merkur ergeben sollte, der erhaltene Wert so erheblich von dem tatsächlichen Wert abweicht, dass die Teilung der kosmischen Zahlen nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes nicht zulässig erschien, um daraus die Umlaufszeit der Planeten zu berechnen.

Weiter stellte sich heraus, dass die Länge der auf geometrischem Wege nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes erhaltenen Teile, deren Grösse sich ja trigonometrisch berechnen liess, nicht mit der Grösse der auf arithmetischem Wege erhaltenen Teile übereinstimmte. Nun konnte es aber nicht möglich sein, dass die Werte einer und derselben Grösse, die auf geometrischem und arithmetischem Wege nach demselben Gesetze geteilt wurden, nicht übereinstimmten, irgendwo musste also ein Fehler liegen. Ich habe die Auffindung dieses Fehlers in meinem grösseren Werke dargelegt, hier sei nur so viel erwähnt, dass die geringe Grösse des Masstabes, in welchem die Zeichnungen ausgeführt waren, eine geometrische Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes vortäuschte, und dass sich bei hinreichend grossem Masstab herausstellte, dass die Linien nicht genau nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes geteilt waren. Aber, und das schien mir das Wichtigste zu sein, es musste Werte geben, welche der Konstanten des Goldenen Schnittes $(5^{\frac{1}{2}}-1)\,2^{-1}$ so ausserordentlich nahe kamen, dass Operationen,

welche mit derselben ausgeführt wurden, eine Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes vortäuschten.

Nun fiel mir schon ziemlich zu Anfang meiner Untersuchungen die Übereinstimmung der Werte

$$\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.616\,850\,275\,068\,071\,788\,676\,123\,958\,379\,647\,226\,449\,4\ldots$$

und $(5^{\frac{1}{2}} - 1)\,2^{-1} = 0.618\,033\,987\,315\ldots$

auf. Die Differenz 0.001 183 712 899 244..., um welche der Wert $(5^{\frac{1}{2}} - 1)\,2^{-1}$ grösser ist als der Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$, ist eine so geringfügige, dass es ganz natürlich erschien, dass Operationen mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ eine Teilung einer Grösse nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes vortäuschten. Dass dem so war, bewies eine kleine Überlegung: wenn die Teilung einer Grösse durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$, was ja einer Multiplikation derselben mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ gleichkommt, tatsächlich eine Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes darstellte, so musste die Proportion:

$$1 - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 : \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 : 1$$

bestehen, wenn wir die zu teilende Strecke oder Grösse gleich 1 setzen. Die Ausrechnung ergab aber, dass dies eine Proportions-Ungleichung war, denn

$$1 - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.383\,149\,8\ldots$$

$$\left(\frac{\pi}{4}\right)^4 = 0.380\,503\,0\ldots$$

aber die Differenz ist wie wir sehen sehr gering.

Es gibt aber noch einen andern Wert, welcher der Konstante des Goldenen Schnittes ganz ungemein nahe kommt und das ist der natürliche Kosinus des Winkels, dessen natürliche Kotangente den Wert $\frac{\pi}{4}$ hat, also des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide, denn

$$\cos\ 51^\circ\,51'\,14''.32 = \frac{\pi}{4}(\pi 2^{2-4} + 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.617\,667\,837\ldots$$

Dieser Wert stellt fast genau das arithmetische Mittel zwischen der Konstante des Goldenen Schnittes $(5^{\frac{1}{2}} - 1)\,2^{-1}$ und dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ dar, denn

$$\tfrac{1}{2}\left((5^{\frac{1}{2}} - 1)\,2^{-1} + \left(\frac{\pi}{4}\right)^2\right) = 0.617\,442\,131\ldots$$

Die Untersuchung der Abmessungen der Cheops-Pyramide hat nun ergeben, dass es noch einen dritten Wert gibt, welcher der Konstante des Goldenen Schnittes sehr nahe kommt; berechnet man den Koeffizienten, mit welchem eine Länge der Cheops-Pyramide zu multiplizieren ist, damit die erhaltenen Teile genau die Werte der auf trigonometrischem Wege berechneten haben müssen, so ergibt sich die Grösse dieses Koeffizienten zu 0.618 175 0; dieser Wert wäre also gegen den Koeffizienten des Goldenen Schnittes um 0.000 141 1... zu klein, er erklärt aber, warum die linearen Konstruktionsbilder der Cheops-Pyramide eine Teilung der Linien nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes vortäuschen.

Es gibt also mindestens drei Werte, welche dem Koeffizienten des Goldenen Schnittes so nahe kommen, dass Operationen mit denselben eine Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes vortäuschen. Diese Werte sind:

1. Koeffizient der Cheops-Pyramide $= 0.618\,175\,0\ldots$
2. Kos. Neigungsw. d. Cheops-Pyr. $\frac{\pi}{4}(\pi^2 2^{-4} \times 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.617\,667\,835\ldots$
3. Quadr. d. Ktg. Neigungswink. d. Cheops-Pyr. $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.616\,850\,275\,086\,071\ldots$

Koeffizient des Goldenen Schnittes $(5^{\frac{1}{2}} - 1)\,2^{-1} = 0.618\,033\,987\,967\,315$

Diese Feststellung ist von grossem wissenschaftlichem Werte, denn sie dürfte vielleicht die Erklärung dafür geben, warum die so oft in gewissen Zahlenverhältnissen, die in der Natur auftreten, vermutete Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes nicht genau stimmen wollte. Würden wir annehmen, dass alle Teilungen in der Natur nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes erfolgten, so würden wir mit dieser Annahme einen Fehlschluss machen, denn es gibt noch mindestens drei Werte, welche der Konstanten des Goldenen Schnittes so nahe kommen, dass rechnerische Operationen mit denselben eine Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes vortäuschen, dass man die Frage aufwerfen muss, kommt in der Natur tatsächlich eine Teilung nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes vor? Sind nicht vielmehr die Verhältniszahlen, welche scheinbar diese Teilung darstellen, Täuschungen, und liegt der Teilung nicht einer der andern Werte, welcher der Konstanten des Goldenen Schnittes nahekommt, zu Grunde? Vielleicht findet sich in dieser Auffassung der Schlüssel zu manchem Rätsel der Zahlenverhältnisse, die in der Natur und auch in der Architektur vorkommen.[1])

1) Während des Druckes geht eine Notiz durch die Tageszeitungen, dass Herr Dr. Ernst Mössel in einem Aufsatz in der „Kunstchronik" sehr merkwürdige Zahlenbeziehungen in den Massverhältnissen der alten Kunst nachgewiesen hat. Leider liegt mir dieser Aufsatz nicht im Original vor, so dass ich nicht in der Lage bin, näher auf denselben eingehen zu können. Mir scheint es jedoch, dass das Geheimnis seiner Entdeckungen in dem Gesetz der Teil-Pyramiden resp. deren Transversal- und Diagonal-Dreiecken, das ich in meinem grösseren Buche ausführlich behandle, enthalten ist. Möglicherweise liegt auch der Schlüssel zu diesen Übereinstimmungen in den hier besprochenen Beziehungen des Wertes $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ zum Koeffizienten des Goldenen Schnittes. Die Kreisgeometrie, wie Herr Dr. Ernst Mössel dieselbe nennt, steht jedenfalls in allerengster Beziehung zum Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$.

Dass Teilungen in der Natur durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ oder, was dasselbe ist, durch Multiplikation mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ vorkommen, ist sicher, denn wir werden später sehen, dass wir auch nicht annähernd die Werte erhalten würden, welche den angenommenen Werten entsprechen, wenn wir hohe Atomgewichte nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes zerlegen, als wenn wir dieselben mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ multiplizieren, der absolut genaue Zahlen ergibt. Ein Gleiches gilt für die Planeten. Wir werden sofort sehen, dass, wie bereits erwähnt, eine Zerlegung der Umlaufszeiten nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes nicht zum Ziele führt, wohl aber erhalten wir genaue Werte, wenn wir mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ operieren. Nun möchte ich nicht missverstanden werden. Ich will durchaus nicht behaupten, dass in der Natur Teilungen nach dem Gesetze des Goldenen Schnittes überhaupt nicht vorkommen, ich will nur die Frage aufwerfen, ob nicht neben solchen auch andere Teilungen auftreten, die wir als Teilungen durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ resp. Multiplikationen mit dem reziproken Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ auffassen können, welche eine Teilung nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes vortäuschen, und zwar werde ich diese Auffassung an zwei Beispielen, dem Planetensystem als Repräsentanten des unendlich Grossen und den Atomgewichten als Repräsentanten des unendlich Kleinen nachweisen.

Siebenter Abschnitt:

Das Planeten-System.

I. Allgemeines.

Ich gestehe offen, dass ich mich nur nach langem Zögern entschlossen habe, die hier niedergelegten Ansichten zu veröffentlichen, weniger darum, weil ich mich in der Astronomie doch als Laie fühle, als darum, dass ich mir sagte, dass es unmöglich sei, über das Problem unseres Planetensystems, das schon seit Jahrhunderten die grössten Geister beschäftigt hat, noch irgend etwas zu sagen, was diese nicht schon längst entdeckt hatten. Aber immer und immer wieder drängte sich der Gedanke auf: Wenn bisher noch niemand herausgefunden hat, dass die Umlaufszeit der Erde um die Sonne durch den algebraischen Wert der kosmischen Zahl $\pi^2 3^{-3}$ ausgedrückt werden kann und wenn ebensowenig bekannt war, dass die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne durch den Wert $\pi 3^{3 \cdot 2} \times 10^{12}$ in ägyptischen Ellen oder $\pi^0 3^{-3} \cdot 2^2 \times 10^9$ in Kilometern ausdrücken lässt, wäre es da nicht denkbar, dass unser Planetensystem immer noch Probleme enthält, die jenen, die sich bisher damit beschäftigt haben, entgangen sind, die jedoch den ägyptischen Mathematikern bereits vor 4000 Jahren bekannt, inzwischen aber wieder gänzlich in Vergessenheit geraten waren?

So viel war mir aber doch bekannt, dass namentlich seitens der Geologen gegen die Kant-Laplace'sche Hypothese grosse Bedenken erhoben wurden, und dass man dieselbe nur, weil sie eine bequeme Arbeits-Hypothese war, immer noch beibehielt, möglicherweise auch darum, weil man nichts Besseres an ihre Stelle zu setzen wusste. Es kann hier nicht meine Aufgabe sein, die oft ausgesprochenen Einwände gegen die Kant-Laplace'sche Hypothese zu wiederholen, aber die Möglichkeit, dass wir uns trotz all unseres modernen Wissens und unserer Weisheit ein ganz falsches Bild von unserem Planetensystem machen und dass wir uns die Entstehung desselben anders denken müssen, ist nicht ausgeschlossen. Verschiedene neuerliche Versuche, gegen das Kopernikanische System vorzugehen, sind in dieser Hinsicht recht bemerkenswert, jedenfalls zeigen dieselben, dass nach der Ansicht mancher, die über das Problem unseres Planetensystems nachgedacht haben, irgend etwas mit unseren gegenwärtigen Ansichten hierüber nicht in der Ordnung war. Es sind also trotz Kant und trotz La Place immer noch Probleme vorhanden, welche der Lösung harren. Den ersten Anlass, dieses Problem zu untersuchen, gab die Erkenntnis, dass in den Abmessungen der Cheops-Pyramide gewisse Verhältniszahlen vorkommen, die auf einen engeren Zusammenhang der Planeten Erde, Venus und Merkur deuteten, ohne dass ich mir ganz klar hierüber werden konnte, in welcher

Form dieser Zusammenhang zu denken war. Andererseits war mir aufgefallen, dass scheinbar nichts in den Abmessungen der Cheops-Pyramide auf die sog. äusseren Planeten hinwies, denn mit Ausnahme der kosmischen Zahl, welche durch den algebraischen Wert des doppelten Inhaltes des Teiles A der Steintruhe in ägyptischen Kubikzoll, nämlich

$$\pi^3 3^{-2} \cdot 2 \times 10^2 = 10\,766.0$$

eine Zahl, welche die Umlaufszeit des Saturn bis auf sieben Tage genau darstellt, wollte es mir nicht gelingen, irgend welche weiteren Werte zu entdecken, und ich glaube, dass ich das ganze Problem hätte auf sich beruhen lassen, wenn mir nicht zufälligerweise um diese Zeit Diesterweg's Himmelskunde, die ein Mit-Leidensgefährte, von Beruf Seemann, Herr Martin Meyer, der auf dem Begleitschiff des Kreuzers Emden von Engländern gefangen wurde, im Besitze hatte, in die Hände gefallen wäre. In diesem vortrefflichen Buche findet sich eine sehr merkwürdige Tabelle, die in der 23. Ausgabe dieses Werkes vom Jahre 1920 auf Seite 225 steht. Es beträgt der mittlere Sonnenabstand des Saturn 192 Millionen oder rund 200 Millionen Meilen. Teilt man nun die Entfernung des Saturn von der Sonne in 200 gleiche Teile, so ist die Entfernung der Planeten von der Sonne in diesen Teilen ausgedrückt nach Titius ungefähr die folgende:

Merkur	$8 +$	$0 \times 6 =$	8	Mill.	Meilen	genau	7.8	Mill. Meilen
Venus	$8 +$	$1 \times 6 =$	14	,,	,,	,,	14.6	,, ,,
Erde	$8 +$	$2 \times 6 =$	20	,,	,,	,,	20.0	,, ,,
Mars	$8 +$	$4 \times 6 =$	32	,,	,,	,,	30.6	,, ,,
Jupiter	$8 +$	$16 \times 6 =$	104	,,	,,	,,	104.7	,, ,,
Saturn	$8 +$	$32 \times 6 =$	200	,,	,,	,,	192.0	,, ,,
Uranus	$8 +$	$64 \times 6 =$	392	,,	,,	,,	386.0	,, ,,
Neptun[1])	$8 +$	$128 \times 6 =$	776	,,	,,	,,	604.0	,, ,,

Diese Tabelle ist nun sehr bestechend, namentlich wenn man statt der Werte 2, 4, 16 die Potenzen von 2, also 2, $2^2\,2^4\,2^5\,2^6\,2^7$ schreibt, durch welche die zwischen Mars und Jupiter bestehende Lücke scharf akzentuiert wird, aber man sieht ohne weiteres, dass das Gesetz dieser Tabelle über den Uranus hinaus nicht standhält, denn die Differenz zwischen der berechneten und der tatsächlichen Entfernung des Neptun ist doch zu gross. Immerhin, so viel geht aus dieser Tabelle hervor, es muss irgend ein bisher noch nicht bekanntes Gesetz bestehen, das die Entfernungen der Planeten von der Sonne reguliert.

Nun war mir in dieser Tabelle der Faktor 6 aufgefallen, denn ich hatte mittlerweile herausgefunden, dass man die kosmische Zahl der Umlaufszeit der Venus erhält, wenn man die kosmische Zahl der Umlaufszeit der Erde nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes teilt, also den Wert 365 540 mit $(5^{\frac{1}{2}} - 1)\,2^{-1} = 0.618\,034\ldots$ multipliziert. Es drängte sich mir die Vermutung auf, ob nicht dieser Tabelle eine Teilung nach dem Gesetz des

[1]) Ich habe diese Tabelle etwas ergänzt, indem ich die Entfernung des Neptun ebenso wie die genaueren Angaben über die Entfernung hinzugefügt habe.

Goldenen Schnittes zu Grunde liege, eine Vermutung, die sich allerdings nicht bestätigt hat, deren Prüfung aber den Anstoss zu den nachfolgenden Darlegungen gegeben hat.

Leider machen es die eingangs dargelegten Umstände erforderlich, dass ich mich hier beschränken muss, und so bringe ich denn nur meine Untersuchungen über die Umlaufszeit der Planeten in etwas ausführlicherer Form und verweise den wissbegierigen Leser auf die Untersuchungen über Entfernung, Bahnlänge und Bahngeschwindigkeit auf das später erscheinende umfangreichere Werk. Es wird jedoch zweckmässig sein, zunächst einmal mit der Untersuchung terrestrischer Probleme zu beginnen und erst dann das Problem der Umlaufszeiten der andern Planeten in Angriff zu nehmen, also die Erde voran zu stellen.

II. Die Erde.

1. Die Grössenverhältnisse der Erde.

Es mag wie eine Übertreibung klingen, wenn ich die Behauptung aufstelle, dass man aus den Dimensionen der Steintruhe in der Königskammer der Cheops-Pyramide die Dimensionen der Erdkugel berechnen kann, aber dennoch ist dem so. Natürlich können wir nur die kosmischen Zahlen berechnen, die wir erst in absolute Werte umwandeln müssen; aber die Tatsache, dass die Abmessungen der Steintruhe alle Elemente enthalten, welche zur Berechnung der kosmischen Zahlen erforderlich sind, ist unbestritten, denn da ihre Länge π Ellen, die Summe ihrer Länge und Breite aber $\frac{4}{3}\pi$ Ellen ist, so haben wir ohne weiteres die erforderlichen Grössen, die zur Berechnung einer Kugel notwendig sind. Die einzige Schwierigkeit liegt darin, die absolute Länge des Radius der Erdkugel, die in irgend einer Längeneinheit gegeben sein muss, zu kennen.

Nach all dem, was wir wissen, haben die ägyptischen Mathematiker die Länge des Erdradius zu 10 Millionen ägyptische Ellen angesetzt, oder besser gesagt, sie haben den 10 millionsten Teil der Länge des Erdradius als ihr Normallängenmass, das wir Elle nennen, angenommen. Wie sie dazu gelangt sind, die absolute Länge des Erdradius zu bestimmen, ist eine ganz andere Sache, vorläufig wollen wir dieselbe als richtig akzeptieren. Unter der Voraussetzung, dass der Erdradius 10^7 ägyptische Ellen sei, berechnen sich die Dimensionen der Erde wie folgt:

	Ellen	Meter	Moderne Angabe nach Diesterweg 1920 Meter
Radius	= 10 000 000	= 6 366 197.7	6 356 078.96
Durchmesser	= 20 000 000	= 12 732 395.4	—
Umfang	= 62 831 853.072	= 40 000 400	40 003 423.04
Oberfläche[1])	= 1 256 637 061 435 917	= 509 296 100[3])	509 950 714[3])
Inhalt[2])	= 4 188 790 204 786 390 984 610	= 1 080 760 000 000[4])	1 082 841 320 000[4])

[1]) Quadratellen. [2]) Kubikellen. [3]) Quadratmeter. [4]) Kubikmeter.

Die auf die Angaben der Cheops-Pyramide basierte Berechnung der Grössenverhältnisse der Erde in ägyptischen Ellen und ihre Umrechnung unter Zugrundelegung des Verhältnisses der ägyptischen Elle zum Meter wie $1 : \frac{2}{\pi}$ ergibt Werte, die mit den modernen Angaben so ausserordentlich übereinstimmen, denn die Abweichungen sind so geringfügiger Art, dass sie wohl ausser Betracht gelassen werden können, dass man sich erstaunt fragen muss, wie es denn überhaupt möglich war, dass vor mehr als 4000 Jahren die alten Ägypter eine so genaue Vorstellung von der Gestalt und den Grössenverhältnissen unserer Erde hatten. Hatten sie diese aber, und daran ist doch wohl kaum zu zweifeln, so haben sie die Erdkugel jedenfalls mit einem Gradnetz überzogen, und daraus wäre zu schliessen, dass die heutige geographische Ortsbestimmung bereits vor 4000 Jahren bekannt war, und was noch mehr ist, auch praktisch ausgeübt wurde, denn die geographische Breite der Cheops-Pyramide von 29° 59′ 0″.411, welche durch die kosmische Zahl der Seitenhöhe der Cheops-Pyramide ausgedrückt wird, ist ein Beweis für diese Ansicht.

2. Die kosmischen Zahlen der Cheops-Pyramide mit Bezug auf die Erde.

Die beiden Dimensionen irgend einer tetragonalen Pyramide, aus denen sich alle übrigen Elemente derselben ableiten lassen, sind ihre Seitenlänge und Höhe. Sind diese beiden Grössen festgelegt, so sind alle anderen Elemente nur Ableitungen derselben, ein Fundamentalsatz der Pyramidenlehre, der niemals übersehen werden darf.

Wenn die Erbauer der Cheops-Pyramide also beabsichtigten, in ihren Abmessungen irgend welche geodätische Zahlen (kosmische Zahlen in bezug auf die Erde) zum Ausdruck zu bringen, so liegt es auf der Hand, dass sie in erster Linie die Seitenlänge und die Höhe zum Ausdruck dieser kosmischen Zahlen wählen mussten. Ist dem so, und können wir dies mit Bestimmtheit beweisen, so sind alle übrigen Werte, welche es auch sein mögen, auf die in Seitenlänge und Höhe ausgedrückten kosmischen Zahlen zurückzuführen. Betrachten wir darum zunächst die durch die Seitenlänge der Cheops-Pyramide und dann die durch die Höhe dieses Bauwerkes ausgedrückte kosmische Zahl.

A. Die Umlaufszeit der Erde.

Bekanntlich unterscheidet man zwischen siderischem und tropischem Jahr. Das siderische Jahr, die Normalzeit der Astronomen, ist diejenige Umlaufszeit der Erde um die Sonne, nach deren Ablauf die Erde wieder bei demselben Fixstern der Ekliptik erscheint. Diese Zeit beträgt 365 Tage 6 Stunden 9 Minuten 9.35 Sekunden = 365.256 374 417 . . . Tage.

Das tropische Jahr ist die Zeit, welche die Sonne gebraucht, um vom Frühlingspunkte ausgehend wieder zu demselben zu gelangen; da nun der Frühlingspunkt jährlich um 50″.2 zurückweicht, so erreicht ihn die Sonne

wieder, noch ehe sie ihren ganzen Umlauf von 360° vollendet hat, es muss darum das tropische Jahr um 20 Minuten 23.31 Sekunden kürzer sein als das siderische Jahr.

Das mittlere tropische Jahr hat eine Länge von
365 Tagen 5 Stunden 48 Minuten 46.42 Sekunden = 365.242 199 05 . . Tagen.
Diese Zeit ist das mittlere bürgerliche Jahr.

Nehmen wir an, die Erde bewege sich in einem Kreis um die Sonne, so können wir, da uns die kosmische Zahl des Umfangs dieses Kreises bekannt ist, den Durchmesser resp. den Radius dieses Kreises berechnen.

Setzen wir	$2r\pi = \pi^2 3^{-3}$	$= 365\,540\,903\,744\,042\ldots$
also	$2r = \pi\, 3^{-3}$	$= 116\,355\,283\,466\,638\ldots$
und	$r = \pi\, 3^{-3} 2^{-1} =$	$58\,177\,641\,733\,319\ldots$

und lesen diese Zahlen als Zeitmass, so besagen dieselben, dass der Umfang der Erdbahn 356 Tage 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden, der Durchmesser der Erdbahn aber 116 Tage 3 Stunden 55 Minuten 2.834 666 38 . . . Sekunden lang ist, d. h. diese Zeit würde ein Körper, der mit der Geschwindigkeit der Erde seine Bahn in der Richtung des Durchmessers durchlaufen würde, gebrauchen, um von der einen Seite auf die andere zu gelangen. Würde er am Mittelpunkt des Kreises beginnen, so würde er 58 Tage 17 Stunden 7 Minuten 6.417 333 19 Sekunden gebrauchen, um den Radius zu durchlaufen. Ich nenne nun den Wert r in Zeitmass die Temporal-Entfernung eines Planeten von der Sonne, ein Wert, der, wie später ausgeführt wird, für jeden Planeten von grosser Bedeutung ist, da das Produkt aus Temporalentfernung und Bahngeschwindigkeit die absolute Entfernung eines Planeten von der Sonne ergibt.

Nun ist, wie durch Messungen unzweifelhaft festgestellt ist, die Seitenlänge der Cheops-Pyramide wenigstens 365.242 2 . . . Ellen lang, aber wahrscheinlich dürfte ihre Länge 365.540 903 744 092 . . . Ellen sein. Diesen Wert können wir, wie ich eingangs nachgewiesen habe, durch den Wert $\pi^2 3^{-3} \times 10^3$ darstellen. Es besteht also ganz unzweifelhaft ein Zusammenhang zwischen der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden und der Seitenlänge der Cheops-Pyramide in ägyptischen Ellen, denn die reine Zahlenfolge ist für beide genau dieselbe, also

Umlaufszeit der Erde 365 540 903 744 042 . . .
Seitenlänge der Cheops-Pyramide 365 540 903 744 042 . . .

nur wird die abstrakte Zahl im ersten Falle als Zeitmass, im zweiten Falle als absolutes Längenmass gelesen. Solche Zahlen, die bei ganz gleichem abstraktem Wert vollkommen verschiedene Bedeutung haben können, nenne ich kosmische Zahlen, wie ich oben bereits ausführte. Die kosmische Zahl, deren algebraischer Ausdruck durch den Wert $\pi^2 3^{-3}$ gegeben wird, können wir aber, wie ich oben gezeigt habe, ohne weiteres aus den Abmessungen der Steintruhe ableiten, denn in Kubikellen ist der Inhalt des dritten Teiles des tafelförmigen Körpers B, dessen Dimensionen $\frac{\pi}{3} : \frac{\pi}{3} : \frac{1}{3}$ Ellen sind $\pi^2 3^{-3}$ Kubikellen. Also dieser Körper, der ein Volumen

von 0.365 540 903 744 042... Kubikellen besitzt, deutet in seiner steinernen Sprache nicht nur auf die Grösse der Seitenlänge der Cheops-Pyramide, sondern auch auf die Länge des tropischen Jahres in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden hin. Würde jemand, dem die Abmessungen der Steintruhe, wie sie z. B. Eyth mit 77.85 × 26.70 × 34.31 ägyptischen Zoll angibt, vorliegen, auf den Gedanken kommen, dass diese Zahlen ein so grosses Geheimnis wie das obige verbergen? Ich glaube, diese Frage kann ruhig mit Nein beantwortet werden, und das Geheimnis der Steintruhe liegt eben darin, dass dieselbe in ihren Abmessungen $\pi : \frac{\pi}{3} : \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\right)$ kosmische Zahlen zum Ausdruck bringt und darum konnten die Dimensionen keine ganzen Zahlen sein.

B. Die absolute Entfernung der Erde von der Sonne.

Wenn die ägyptischen Mathematiker die Umlaufszeit der Erde um die Sonne so genau kannten, so drängt sich natürlich die Frage auf, kannten sie die absolute Entfernung der Erde von der Sonne? Diese Frage ist bereits von andern bejaht worden, denn es ist von Eyth, der sich wahrscheinlich auf Piazzi Smith stützt, darauf hingewiesen worden, dass die Höhe der Pyramide mit 10^9 multipliziert, die absolute Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen angibt, eine Tatsache, die sich ungemein leicht beweisen lässt. Der algebraische Wert der Höhe ist, wie ich oben gezeigt habe, $\pi 3^{-3} \cdot 2$; multiplizieren wir diesen Wert mit 10^3, so erhalten wir die absolute Grösse der Höhe der Cheops-Pyramide in ägyptischen Ellen; um ägyptische Ellen in Meter umzuwandeln, multiplizieren wir diesen Wert mit $\frac{2}{\pi}$, es ist also der algebraische Wert der Höhe der Cheops-Pyramide in Meter $\pi 3^{-3} \cdot 2 \times \frac{2}{\pi} = \pi^0 3^{-3} 2^2$. Multipliziert man diesen Wert mit 10^3, so erhält man die absolute Grösse der Höhe in Meter.

Multiplizieren wir beide Werte mit 10^9 oder, was auf das gleiche hinauskommt, multiplizieren wir den algebraischen Wert der kosmischen Zahlen $\pi 3^{-3} \cdot 2$ und $\pi^0 3^{-3} \cdot 2^2$ mit 10^{12}, so erhalten wir die absolute Grösse der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne in Ellen respektive Meter. Es ist also:

Absolute mittlere Entfernung der Erde von der Sonne

= 232 710 566 932.577 Ellen
= 148 148 148 148.148 Meter.

Die neuesten Angaben über die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne geben dieselbe mit 148 150 000 Kilometer an, das wären also rund 5832 Kilometer mehr, als wenn ich für die Entfernung den Ausdruck $\pi^0 3^{-3} \cdot 2^2 \times 10^{12} = 148\,148\,148.148$ Kilometer setze. Aber was wollen 5832 Kilometer bei einer Entfernung von 148.148 Millionen Kilometer besagen? Das ist ein so verschwindend kleiner Betrag, dass derselbe überhaupt nicht in Betracht kommt, ganz abgesehen davon, dass, wie wir später sehen werden, die ganz genaue Entfernung der Erde von der Sonne überhaupt noch nicht feststeht.

Nun können wir aber den algebraischen Wert der Höhe aus dem algebraischen Wert der Seitenlänge dadurch herleiten, dass wir den letzteren durch $\frac{\pi}{2}$ dividieren, denn

$$\pi^2 3^{-3} \times \frac{2}{\pi} = \pi 3^{-3} \cdot 2.$$

Mit andern Worten, wir erhalten die kosmische Zahl für die Entfernung der Erde von der Sonne, wenn wir die kosmische Zahl der Umlaufszeit durch $\frac{\pi}{2}$ dividieren, oder was ja dasselbe ist, mit $\frac{2}{\pi}$ multiplizieren, denn:

$$365\,540\,903\,744\,042 \times \frac{2}{\pi} = 232\,710\,566\,932\,577$$

mit andern Worten, wir erhalten die absolute mittlere Entfernung der Erde von der Sonne in der einfachsten Weise aus ihrer Umlaufszeit; allerdings ist a priori nicht bekannt, dass die ersten zwölf Zahlen dieses Wertes, wenn als Ellen gelesen, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne darstellen, sondern die Bedeutung dieses Wertes muss auf andere Weise ermittelt werden. Auf welche Weise das geschehen ist, interessiert uns vorläufig nicht, es genügt die Tatsache, dass dem so ist.

Ich habe nun oben gezeigt, dass der algebraische Wert $\pi 3^{-3}$ den Ausdruck der kosmischen Zahl für die Länge des Durchmessers der Erdbahn in Zeitmass ist. Da aber $\pi 3^{-3}$ die Hälfte von $\pi 3^{-3} \cdot 2$ ist, so folgt also: Die Hälfte der Höhe der Cheops-Pyramide drückt, als Zeitmass gelesen, die Grösse des Durchmessers der Erdbahn in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden aus, und weiter folgt, dass der vierte Teil der Höhe, also $\pi 3^{-3} \cdot 2^{-1}$ die Grösse des Radius der Erdbahn in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden darstellt. Es ist also, rein abstrakt betrachtet:

$\pi 3^{-3} \cdot 2^{-1}$ (= Radius der Erdbahn in Tagen) gleich $\pi 3^{-3} 2$ (= Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen).

Aus dieser Gleichung berechnet sich der algebraische Wert der absoluten Länge eines Erdentages zu

$$(\pi 3^{-3} \cdot 2)\,(\pi^{-1} 3^3 \cdot 2) = 2^2 = 4.$$

Um die absolute Länge zu erhalten, müssen wir den Wert $2^2 = 4$ mit 10^9 multiplizieren, und erhalten auf diese Weise den Wert von 4000 Millionen Ellen, den wir als die Bahngeschwindigkeit der Erde ansehen müssen, denn ein Körper, der mit der Geschwindigkeit von $4 \times 10^9 = 4000$ Millionen Ellen pro Tag dahinsaust, legt die Entfernung vom Mittelpunkte der Bahn bis zur Peripherie in 58 Tagen 17 Stunden 7 Minuten und 6.417 333 19 Sekunden zurück.

Damit ist der Beweis erbracht, dass die beiden Hauptdimensionen der Cheops-Pyramide kosmische Zahlen darstellen, die in engster Beziehung zu unserer Erde stehen, und zwar zeigt die in der Seitenlänge ausgedrückte kosmische Zahl oder deren algebraischer Wert $\pi^2 3^{-3}$ die Umlaufszeit, die in der Höhe ausgedrückte kosmische Zahl oder deren algebraischer

Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ die absolute mittlere Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen an, zwei kosmische Zahlen, die sich in einfachster Weise ineinander überführen lassen, indem man entweder die kosmische Zahl der Umlaufszeit resp. deren algebraischen Wert $\pi^2\, 3^{-3}$ mit $\frac{2}{\pi}$ multipliziert, um den algebraischen Wert der kosmischen Zahl der absoluten Entfernung zu erhalten, oder indem man den letzteren Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ mit $\frac{\pi}{2}$ multipliziert, um den algebraischen Wert der kosmischen Zahl der Umlaufszeit zu erhalten.

C. Die Bahnlänge der Erde.

Nachdem wir die absolute Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen und Metern kennen, ist es sehr leicht, die absolute Länge der Bahn, welche die Erde in einem Jahre um die Sonne beschreibt, zu berechnen. Unter der Voraussetzung, dass die mittlere Bahn einen Kreis darstellt, ist der algebraische Wert der Bahnlänge der Erde

in ägyptischen Ellen $(\pi\, 3^{-3} \cdot 2) \times 2\,\pi = \pi^2\, 3^{-3}\, 2^2 = 1.462\,163\,614\,976\,171$
in Metern $(\pi^0\, 3^{-3} \cdot 2^2) \times 2\,\pi = \pi\, 3^{-3}\, 2^3 = 0.930\,842\,267\,730\,309$

Multiplizieren wir die algebraischen Werte mit 10^{12}, so erhalten wir die absolute Länge der Erdbahn in ägyptischen Ellen und Meter; es ist:

$1.462\,163\,614\,976\,171 \times 10^{12} = 1\,462\,163\,614\,976.171$ ägyptische Ellen
$0.930\,842\,267\,730\,309 \times 10^{12} = 930\,842\,267\,730.309$ Meter.

In Worten ausgedrückt hat die Erdbahn eine Länge von

1 Billion
462 163 Millionen
614 Tausend
976.171 ägyptische Ellen

oder 930 842 Millionen
267 Tausend
730.309 Meter

oder 930 Millionen
842 Tausend
267.730 309 Kilometer.

Nach den neuesten Ansichten beträgt die Länge der Erdbahn 931 Millionen Kilometer; der Unterschied wäre also 167 733 Kilometer, um welchen Betrag die auf Grund der modernen Ansichten über die mittlere Entfernung der Erde berechnete Bahnlänge grösser wäre, als die aus den kosmischen Zahlen berechnete Bahnlänge. Ganz abgesehen davon, dass die Entfernung der Erde von der Sonne heute noch nicht ganz einwandfrei feststeht, dass also die Bahnlänge von 931 Millionen Kilometer ebenfalls noch nicht ganz genau ist, was will bei einer Länge von 930 Millionen Kilometer eine Differenz von 167 733 Kilometern, die an sich ja eine ganz respektable Länge darstellt, aber in bezug auf die grosse Gesamtlänge verschwindend

klein ist, besagen? Jedenfalls ist die aus den kosmischen Zahlen errechnete Bahnlänge von 930.842 267 730 309 Millionen Kilometer ein ganz vortrefflicher Wert für die Länge der Erdbahn.

Demjenigen, der meiner Untersuchung nur einigermassen sorgfältig gefolgt ist, wird aber schon längst aufgefallen sein, dass der algebraische Wert

$$\pi^2 3^{-3} \cdot 2^2 = 1.462\,163\,614\,976\,171\ldots$$

nichts anderes ist, als der algebraische Wert des Umfanges der Grundfläche der Cheops-Pyramide, den man nur mit 10^3 zu multiplizieren braucht, um deren absolute Länge in ägyptischen Ellen zu erhalten. Hieraus folgt, dass der algebraische Wert des vierten Teiles des Umfanges, also eine Seitenlänge $\pi^2\, 3^{-3} = 0.365\,540\,903\,744\,042$ den algebraischen Wert der Länge eines Quadranten der Erdbahn in ägyptischen Ellen darstellt, den man nur mit 10^{12} zu multiplizieren braucht, um die absolute Länge des Erdbahnquadranten in ägyptischen Ellen zu erhalten. Ebenso ist dann der Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2 = 0.232\,710\,566\,934\,577$ der algebraische Wert der absoluten Länge des Erdbahnquadranten in Metern, der nur mit 10^{12} zu multiplizieren ist, um den absoluten Wert zu erhalten.

D. Die Bahngeschwindigkeit der Erde.

Da wir nunmehr die Länge der Erdbahn und die Zeit, in welcher die Erde dieselbe durchläuft, genau kennen, so ist es sehr leicht, die Länge der Bahnstrecke, welche die Erde in einem Tage zurücklegt, zu bestimmen. Wir brauchen nur den algebraischen Wert der Bahnlänge durch den algebraischen Wert der Umlaufszeit zu dividieren und den erhaltenen Wert mit 10^9 zu multiplizieren, um die gesuchte Bahngeschwindigkeit in ägyptischen Ellen zu erhalten; es ist also

$$(\pi^2\, 3^{-3} \cdot 2^2)\,(\pi^{-2}\, 3^3) = 2^2 = 4$$
$$4 \times 10^9 = 4\,000\,000\,000 \text{ ägyptische Ellen.}$$

In Metern ausgedrückt haben wir die Gleichung

$$(\pi\, 3^{-3} \cdot 2^3)\,(\pi^{-2}\, 3^3) = \pi^{-1} 2^3 = 2.546\,479\,089\,470,$$

ein Wert, der nur mit 10^9 zu multiplizieren ist, um die Länge der Bahnstrecke, welche die Erde in 24 Stunden zurücklegt, in Metern zu erhalten.

Ist die in 24 Stunden von der Erde auf ihrer Bahn zurückgelegte Strecke

4000 Millionen Ellen = 2546 Millionen 479 Tausend und 89.47 Meter,

so legt die Erde in einer Sekunde

46 296.296 $\overline{296}$... Ellen

oder 29 473.14... Meter = 29.473 14 Kilometer

zurück. Die neuesten Angaben besagen, dass die Bahngeschwindigkeit der Erde 29.5 Kilometer pro Sekunde beträgt, der aus den kosmischen Zahlen errechnete Wert stimmt also ganz vorzüglich mit dem durch die moderne Beobachtung ermittelten Betrage überein.

Sehr interessant ist jedenfalls der Wert der Bahngeschwindigkeit in 24 Stunden in ägyptischen Ellen. Die Erde legt in dieser Zeit genau 4000 Millionen Ellen zurück, da aber der Durchmesser der Erde 20 Millionen Ellen ist (siehe oben), so legt die Erde innerhalb eines Tages 200 mal die Länge ihres eigenen Durchmessers auf ihrer Bahn zurück. In einer Stunde legt sie also 8.333... mal die Länge ihres Durchmessers zurück. Nun erinnern wir uns daran, dass wir die Höhe der Steintruhe dadurch erhielten, dass wir zu dem Betrag der Breite, nämlich $\frac{\pi}{3}$ Ellen, noch 8.333... Ellen hinzu addierten. Die kosmische Zahl 8.333..., die wiederum $\frac{25}{3}$ ist, was wir auch $3^{-1} \cdot 2^{-2} \times 10^2$ schreiben können, drückt also aus, wie viele Male die Länge ihres Durchmessers die Erde auf ihrer Bahn in einer Stunde zurücklegt. Da $3 \times 8.333... = 24.999...$ oder 25 ist, so haben wir damit auch die Erklärung gefunden, warum die Ägypter die Elle gerade in 25 Zoll teilten, eine Teilung, die an sich ja nicht ganz verständlich erscheint.

Die Winkelgeschwindigkeit der Erde berechnet aus diesen Werten folgendermassen

1 Bogengrad	der Erdbahn	=	646 418 241.4 Ellen
1 Bogenminute	„ „	=	10 773 637.35 „
1 Bogensekunde	„ „	=	179 560.622 „

Nach Quellen, deren Richtigkeit ich nicht prüfen kann, soll die Seitenlänge der Chefren-Pyramide 107 Ellen sein; das wäre also der hunderttausendste Teil der Länge einer Bogenminute der Erdbahn.

E) Das spezifische Gewicht der Erde.

Die Angaben über das spezifische Gewicht der Erde, das noch nicht ganz genau festgestellt ist, schwanken ganz erheblich. Es beträgt dasselbe nach

Cavendish	5.48
Cornu & Baille	5.56
Reich	5.58
Wiesing	5.59
Baily	5.66
Angabe der Cheops-Pyramide	5.711
Sterneck	5.77
Airy	6.57

Diese Angaben entnehme ich Diesterwegs Himmelskunde, 23. Auflage 1920, Seite 165 und 166, nur habe ich des besseren Vergleiches halber den aus den kosmischen Zahlen der Cheops-Pyramide ermittelten Wert hinzugefügt.

Die auf Grund moderner Untersuchungen ermittelten Werte schwanken somit zwischen 5.48 und 6.57, also innerhalb ziemlich weiter Grenzen, doch scheinen die obigen Zahlen wenigstens so viel zu beweisen, dass das spez.

Gewicht der Erde mehr als 5.55, aber weniger als 5.75 ist. Jedenfalls ist ein absolut zuverlässiger Wert des spezifischen Gewichtes der Erde noch nicht bekannt.

Nach Eyth hat Piazzi Smith entdeckt, dass der Inhalt der Truhe, dem Pyramidenmeter oder der ägyptischen Elle multipliziert mit 5.7, dem spezifischen Gewicht unseres Erdballes gleich sei, eine Angabe, die in der Form, wie Eyth sie mitteilt, unmöglich richtig sein kann.

Nun haben meine Berechnungen ergeben, dass das Volum des Teilkörpers $\frac{B}{3}$ gleich 5711.576 621 Kubikzoll ist; dividiert man diesen Wert durch 10^3, so erhält man die Zahl 5.711 576 621. Wir haben also den algebraischen Wert

$$\text{Volum } \frac{B}{3} \times 25^3 \times 10^{-3} = \pi^2 3^{-3} \cdot 2^{-6} = 5.711\,576\,621$$

als Ausdruck des spezifischen Gewichtes der Erde.

Dieser Wert ist also ohne grosse Schwierigkeit aus den kosmischen Zahlen der Steintruhe zu berechnen, dazu bedurfte es nicht „genialer, an Offenbarung grenzender Entdeckungen", wie Eyth in überschwenglicher Weise Piazzi Smith's Entdeckung preist. Ich bin der letzte, der den Ruhm Piazzi Smith's schmälern möchte, ganz im Gegenteil, ich erkenne den Wert seiner Entdeckungen rückhaltslos an, aber ich möchte nur das mystische Element ausgeschaltet wissen, wenn nüchterne, objektive und systematische Untersuchung zum gleichen Ziele führt. Solche Übertreibungen wirken eher schädlich wie nützlich, denn der Wert einer objektiv richtigen Tatsache wird ganz erheblich geschmälert, wenn man dieselbe statt als nüchternes mathematisches Faktum als eine mystische Offenbarung hinstellt.

Ob die ägyptischen Mathematiker die Bedeutung des Wertes $\pi^2 3^{-3} \cdot 2^{-6} = 5.711\,576\,621...$ gekannt haben, ist eine schwer zu entscheidende Frage, denn dies würde voraussetzen, dass ihnen der Begriff des spezifischen Gewichtes überhaupt bekannt war, und dass sie damit operierten. Nach allem, was jetzt über die erstaunliche Kenntnis der alten Ägypter bekannt wurde, ist es allerdings sehr wahrscheinlich, dass sie bereits den Begriff des spezifischen Gewichtes, unter Grundlage des Gewichtes eines Volum Wassers als Einheit kannten, und dass darum Archimedes schwerlich der eigentliche Entdecker des spezifischen Gewichtes sein dürfte.

Jedenfalls haben die alten Ägypter den rein mathematischen Wert 5.711 576 621... gekannt, denn wir erhalten diesen Wert, wenn wir den algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde, also $\pi^2 3^{-3}$ mit $\left(\frac{25}{100}\right)^3 = \frac{25^3}{10^6} = \frac{1}{2^6} = 0.015\,625$ multiplizieren. Wenn wir also die kosmische Zahl, welche die Entfernung der Erde von der Sonne darstellt, nämlich 232 710 566 932 577 mit $\frac{\pi}{2^7}$ multiplizieren, so erhalten wir eine andere kosmische Zahl, welche das spezifische Gewicht der Erde darstellt, denn

$$\pi 3^{-3} \cdot 2 \times \pi 2^{-7} = \pi^2 3^{-3} 2^{-6} = 5.711\,576\,621...$$

oder aber, da die kosmische Zahl der Umlaufszeit aus derjenigen der Entfernung durch Multiplikation mit $\frac{2}{\pi}$ erhalten wird, so können wir auch sagen, wir erhalten die kosmische Zahl, welche das spezifische Gewicht der Erde darstellt, wenn wir die kosmische Zahl ihrer Umlaufszeit durch $64 = 2^6$ dividieren, denn

$$\pi^2 3^{-3} \times 2^{-6} = \pi^2 3^{-3} \cdot 2^{-6} = 5.711\,576\,621.$$

Das sind sehr merkwürdige Wechselbeziehungen zwischen Entfernung, Umlaufszeit und spezifischem Gewicht der Erde. Man könnte daraus zum Schluss gelangen, dass das spezifische Gewicht eines Planeten als ein von vornherein gegebener Faktor seine Entfernung von der Sonne bedingt und da diese wiederum die Umlaufszeit bestimmt, so kann man weiter schliessen: das spezifische Gewicht bestimmt die Umlaufszeit. Diese beiden Sätze sind jedenfalls für die Erde zutreffend, ob sie aber, wie ich glaube, auch auf die andern Planeten zutreffen, muss noch näher untersucht werden.

Die kosmische Zahl 5 711 576 621, deren algebraischer Ausdruck durch den Wert $\pi^2 3^{-3} 2^{-6}$ bezeichnet wird, ist eine sehr merkwürdige Zahl, deren Bedeutung noch nicht ganz erkannt ist. Betrachten wir dieselbe als Zeitmass, d. h. lesen wir dieselbe 5 Tage 7 Stunden 11 Minuten 57.6621 Sekunden, so gehen genau 64 dieser Perioden auf eine Umlaufszeit der Erde. Allem Anschein nach ist diese Periode in der Umlaufszeit aller Planeten enthalten, denn wir werden später sehen, dass dieselbe in der Umlaufszeit des Planeten Venus $\pi^2 2^2$mal enthalten ist. Wir können aber auch die kosmische Zahl $\pi^2 3^{-3} \cdot 2^{-6}$ als ein absolutes Längenmass von 5.711 576 Ellen ansehen und man findet, dass dieselbe $256 \times 10^{12} = 2^8 \cdot 10^{12}$ mal in der Bahnlänge der Erde, oder 11×10^7 mal im Umfang der Erde enthalten ist. Hieraus würde folgen, dass das spezifische Gewicht auch die Grösse eines Planeten, d. h. seine Masse bedingt. Denn so viel geht aus diesen Betrachtungen hervor, würde das spezifische Gewicht der Erde durch eine andere kosmische Zahl als 5 711 576 621 ausgedrückt, so könnte weder die Erde in 148.148 Millionen Kilometer Entfernung von der Sonne in 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden einen Umlauf vollenden, noch würde sie einen Umfang von 40 000 400 Meter, welchem ein Radius von 10 Millionen Ellen Länge entspricht, haben.

Die kosmische Zahl 5 711 576 621 scheint aber auch in einer Sonnen-Periode aufzutreten. Multipliziert man dieselbe mit 2, und fasst sie als Zeitmass von Jahren auf, so entspricht die Periode von 11 Jahren 4 Monaten 22 Tagen fast genau der Periode der Sonnenflecken.

Auch noch in einer andern Periode scheint diese kosmische Zahl aufzutreten; multipliziert man dieselbe mit 6, so erhält man den Wert 34.266, der als Zeitmass gelesen 34 Jahre 2 Monate 6 Tage wäre; diese Periode käme der bekannten Brücknerschen Periode ungemein nahe.

So viel geht aus den vorliegenden Darlegungen hervor, dass die kosmische Zahl, die das spezifische Gewicht des Erdballes ausdrückt, nicht nur

als Zeitmass, sondern auch als Längenmass in unserem Planetensystem eine grosse Rolle spielt und damit ein Problem bildet, das noch eingehender zu untersuchen ist.

F. Die Sonnenparallaxe.

Wenn die ägyptischen Mathematiker die Länge der absoluten mittleren Entfernung der Erde von der Sonne gekannt haben, und hierüber kann kein Zweifel bestehen, denn die Cheops-Pyramide ist für die Richtigkeit dieser Ansicht der beste Beweis, so müssen sie auch die Sonnenparallaxe gekannt haben, denn meines Wissens gibt es kein anderes Mittel, die absolute Entfernung zu bestimmen als zunächst den Winkel, unter welchem der Durchmesser resp. Radius der Erde von der Sonne aus gesehen, erscheinen würde, zu bestimmen, und aus diesem mit Hilfe der bekannten Länge des Erdradius die absolute Grösse der Entfernung der Erde von der Sonne zu berechnen.

Hätten die ägyptischen Mathematiker die Sonnenparallaxe nicht gekannt, wie wären sie sonst dazu gekommen, die Entfernung der Erde von der Sonne durch den algebraischen Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$, der mit 10^{12} multipliziert die genaue Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen angibt, anzusetzen und diesen Wert in der Höhe der Cheops-Pyramide auszudrücken. Also entweder kannten die alten Ägypter die Sonnenparallaxe, oder es gibt noch einen andern, noch unbekannten Weg, die Entfernung ohne Winkelbestimmung zu berechnen. Ich will die letztere Möglichkeit nicht geradezu bestreiten, jedenfalls ist sie mir nicht bekannt, und darum nehme ich an, dass den Ägyptern der Begriff der Sonnenparallaxe bekannt war, da sie ohne Kenntnis derselben die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne nicht hätten bestimmen können.

Ist dem aber so, so folgerte ich, muss die kosmische Zahl der Sonnenparallaxe in irgend einer Weise in den durch die Cheops-Pyramide ausgedrückten Zahlenwerten enthalten sein. Die modernsten Beobachtungen geben den Wert der

Sonnenparallaxe des Erdradius $= 0^0\ 0'\ 8''.85$
Sonnenparallaxe des Erddurchmessers $= 0^0\ 0'\ 17''.70$.

Es war mir nun die grosse Übereinstimmung dieser Zahlen mit dem Radius resp. Durchmesser der eingeschriebenen Kugel aufgefallen. Es ist:

der Radius der eingeschriebenen Kugel $= 0.088\,854\,725\,534 \times 10^3$ Ellen
der Durchmesser der eingeschriebenen Kugel $= 0.177\,709\,451\,069 \times 10^3$ „

Die Übereinstimmung dieser Zahlenwerte mit der Sonnenparallaxe war so auffallend, dass ich mich gefragt habe, können wir die kosmische Zahl 0 088 854 725 534 auch

$$1)\ 0^0\ 0'\ 8''.885\,472\,553\,4$$

lesen? Nun glaubte ich ursprünglich annehmen zu dürfen, dass der algebraische Wert des Radius der eingeschriebenen Kugel durch den Wert $\pi^2 \cdot 3^2 = 88.826\,439\,609$ ausgedrückt werden könne. Als Winkelmass

gelesen würden wir einen zweiten Wert für die Sonnenparallaxe erhalten, nämlich

$$2)\ 0^0\ 0'\ 8''.826\ 439\ 609.$$

Dieser Wert ergibt eine etwas kleinere Sonnenparallaxe.

Mittlerweile hatte ich die Werte für die Proto-Pyramiden berechnet und gefunden, dass der algebraische Wert der Höhe der Proto-Pyramide $P(3)$ durch den Wert $\pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-7} = 0.088\ 547\ 3$ ausgedrückt werden kann. Lesen wir diese Zahl als Winkelmass, so erhalten wir einen dritten Wert für die Sonnenparallaxe, nämlich

$$3)\ 0^0\ 0'\ 8''.854\ 73.$$

Einen vierten Wert konnte ich aus der durch die Höhe der Cheops-Pyramide ausgedrückten Entfernung der Erde von der Sonne berechnen. Unter der Annahme, dass die Entfernung 232 710.566 932 Millionen Ellen und der Erdradius eine Länge von 10 Millionen Ellen habe, berechnet sich der Wert der natürlichen Tangente des Winkels, unter welchem der Erdradius von der Sonne aus gesehen erscheinen würde, auf 0.000 042 972; diese Tangente entspricht einem Winkel von

$$4)\ 0^0\ 0'\ 8''.8638.$$

In der nachfolgenden Tabelle habe ich nun die verschiedenen Werte der Sonnenparallaxe zusammengestellt und unter der Voraussetzung, dass der Erdradius eine Länge von 10 Millionen ägyptischen Ellen gleich 6366.1977 Kilometer habe, den jedesmaligen Wert für die Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen und Kilometern berechnet.

Die verschiedenen Werte der Sonnenparallaxe nebst den hieraus berechneten Werten der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne

(in Millionen Ellen und Kilometer)

	Parallaxe	Mittlere Entfernung in Millionen Ellen	Kilometer
Moderner Wert	8''.85	233 074.000 000	148.380
Kosmische Zahl $\pi^5 3^{-3} 2^{-7}$ ..	8''.85473	232 950.000 000	148.300
Wert entsprechend der Entfernung $\pi 3^{-3} \cdot 2 \times 10^{12}$	8''.8638	232 710.566 932	148.148 148
Kosmische Zahl $\pi^2 \cdot 3^2$	8''.8826	232 219.000 000	147.835
Wert entsprechend dem Radius der eingeschriebenen Kugel.	8''.8854	232 145.000 000	147.790

Diese Tabelle gibt nun ganz ausserordentlich interessante Zahlen, die eines eingehenden Studiums bedürfen, ganz besonders, da der Unterschied in den ersten drei Werten sehr geringfügig ist, denn was wollen die 80 000 Kilometer, um welche die auf Grund der modernen Anschauung von der Sonnenparallaxe berechnete Entfernung grösser ist als die auf Grund der kosmischen Zahl $\pi^5 3^{-3} 2^{-7}$ berechnete Entfernung bei einer Grösse von 148 Millionen Kilometer besagen?

Damit wäre nachgewiesen, dass die Ägypter den Wert der Sonnenparallaxe gekannt haben und aller Wahrscheinlichkeit nach bei ihren ersten Berechnungen den Wert $\pi^5 3^{-3} 2^{-7}$ zugrunde legten, später aber die der Entfernung $\pi 3^{-3} \cdot 2 \times 10^{12}$ entsprechende Parallaxe verwendeten, nachdem festgestellt war, dass der algebraische Wert der Entfernung sich aus dem der Umlaufszeit durch Division mit dem Werte $\frac{\pi}{2}$ ableiten lässt.

Multiplizieren wir den algebraischen Wert der Entfernung mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^4$, so erhalten wir den Wert $\pi^5 3^{-3} 2^{-7}$, dessen kosmische Zahl einen ganz ungemein genauen Wert der Sonnenparallaxe darstellt. Da aber der algebraische Wert der Umlaufszeit aus dem der Entfernung abgeleitet werden kann, so haben wir

$$\left.\begin{array}{l} \pi^2 3^{-3} \times \pi^3 2^{-7} \\ \pi\ 3^{-3} \cdot 2 \times \pi^4 2^{-8} \end{array}\right\} = \pi^5 3^{-3} 2^{-7} = 0.088\ 547\ 3 \text{ oder } 0^0\ 0'\ 8''.854\ 73.$$

Wir könnten also die kosmische Zahl der Sonnenparallaxe aus der Umlaufszeit der Erde resp. ihrer Entfernung auf einfache Weise ableiten, aber dies setzt natürlich voraus, dass wir wissen, was der auf diese Weise erhaltene Wert bedeutet und dass derselbe als Winkelmass zu lesen ist. Dies setzt natürlich eine auf andere Weise erlangte Kenntnis der Sonnenparallaxe voraus. Wie die Ägypter diese bestimmt haben, ist immer noch ein ungelöstes Rätsel.

Es ist weiter interessant zu bemerken, dass der algebraische Wert, welcher die kosmische Zahl der Sonnenparallaxe darstellt, aus dem algebraischen Wert der kosmischen Zahl, welche das spezifische Gewicht der Erde angibt, durch Multiplikation mit dem Werte $\frac{\pi^3}{2} = \pi^3 2^{-1}$ erhalten wird, denn

$$\pi^2 3^{-3} 2^{-6} \times \pi^3 2^{-1} = \pi^5 3^{-3} 2^{-7}$$

Der enge Zusammenhang aller dieser Werte und ihr harmonischer Aufbau ist damit erwiesen und dies ist ein grosser Schritt weiter in der Erkenntnis der Probleme unseres Planetensystems.

Der besseren Übersicht halber habe ich nun die algebraischen Werte der kosmischen Zahlen der Elemente der Erde in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt, aus welcher die Ableitung dieser Werte aus dem algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde, welchen wir als einzigen durch direkte Beobachtung zu ermittelnden Wert annehmen können, deutlich hervorgeht.

Die algebraischen Werte der kosmischen Zahlen der Erde.

1. Umlaufszeit $= \pi^2 3^{-3} = \pi 3^{-3} \cdot 2 \times \frac{\pi}{2}$

2. Absolute Entfernung $= \pi 3^{-3} \cdot 2 = \pi^2 3^{-3} \times \frac{2}{\pi}$

3. Temporalentfernung	$= \pi 3^{-3} \cdot 2^{-1}$	$= \pi^2 3^{-3}$	$\times \frac{2}{\pi} \times 2^{-2}$
4. Bahnlänge	$= \pi^2 3^{-3} 2^2$	$= \pi^2 3^{-3}$	$\times \frac{2}{\pi} \times 2$
5. Bahngeschwindigkeit	$= \pi^0 3^0 2^2$	$= \pi^2 3^{-3}$	$\times \frac{2}{\pi} \times \pi^{-1} 3^3 \cdot 2$
6. Spezifisches Gewicht	$= \pi^2 3^{-3} 2^{-6}$	$= \pi^2 3^{-3}$	$\times \frac{2}{\pi} \times \pi \cdot 2^{-7}$
7. Sonnenparallaxe	$= \pi^5 3^{-3} 2^{-7}$	$= \pi^2 3^{-3}$	$\times \frac{2}{\pi} \times \pi^4 \cdot 2^{-8}$

Aus dieser Tabelle geht der enge Zusammenhang aller auf die Erde bezüglichen kosmischen Zahlen am deutlichsten hervor und es zeigt sich, wie alle algebraischen Werte auf den Grundwert $\pi^2 3^{-3}$ zurückgehen, der seinerseits wieder aus dem Grundwert der Entfernung $\pi 3^{-3} \cdot 2$ durch Multiplikation mit $\frac{\pi}{2}$ erhalten wird.

Weiter ergibt sich, dass, wenn wir den algebraischen Wert der Entfernung der Erde von der Sonne $\pi 3^{-3} \cdot 2$ mit dem Werte $\pi^{-1} 3^3 \times 10^7 = \frac{27}{\pi} \times 10^7 = 85\,943\,669.269$ multiplizieren, wir die absolute Länge des Durchmessers der Erdkugel in ägyptischen Ellen erhalten, denn

$\pi 3^{-3} \cdot 2 \times \pi^{-1} 3^3 \times 10^7 = 2 \times 10^7 = 20$ Millionen ägyptische Ellen.

Oder aber multiplizieren wir den algebraischen Wert der Umlaufszeit $\pi^2 3^{-3}$ der Erde mit dem Werte $\pi^{-2} 3^3 \cdot 2 \times 10^7 = 2 \frac{27}{\pi^2} \times 10^7 = 27\,356\,719.583\,43\ldots$, so erhalten wir ebenfalls die absolute Länge des Durchmessers der Erdkugel in ägyptischen Ellen.

III. Die Umlaufszeit der Planeten.

1. Die Umlaufszeit der Venus.

Ich muss mich leider darauf beschränken, hier nur die Umlaufszeiten der sogenannten inneren Planeten zu untersuchen und die Betrachtungen über die Umlaufszeit der äusseren Planeten in meinem umfangreicheren Werk bringen. Aber das Wenige, was ich hier sagen kann, genügt, um dem Leser einen ungefähren Einblick zu ermöglichen.

Die kosmischen Zahlen der Cheops-Pyramide beweisen, dass die Ägypter die Umlaufszeiten nicht nur der Erde, sondern auch der Venus und des Merkur ganz genau kannten und ebenso genau wussten, dass und wie dieselben auseinander abzuleiten sind. Andererseits deuten diese Zahlen auf einen inneren Zusammenhang der Planeten Erde, Venus und Merkur hin, denn man darf nicht vergessen, dass die Cheops-Pyramide ein Bauwerk ist, dessen Hauptdimensionen kosmische Zahlen der Erde sind und dass sich

die Hinweise auf Venus und Merkur nur darum ergeben können, weil diese Planeten mit der Erde in einem ganz engen Zusammenhang stehen.

Die kosmische Zahl der Umlaufszeit der Erde beträgt auf neun Stellen berechnet 365 540 903; teilen wir diesen Wert nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes, so erhalten wir die kosmischen Zahlen 225 920 und 139 620. Legen wir dem ersteren Wert die Bedeutung eines Zeitmasses zu und lesen denselben 225 Tage 9 Stunden 20 Minuten, so stimmt diese Zeit fast genau mit der Umlaufszeit der Venus, die mit rund 225 Tagen angegeben wird, überein. Man könnte also zur Auffassung gelangen, dass die Umlaufszeit der inneren Planeten aus der der Erde dadurch abgeleitet werden könnte, dass man zunächst die Umlaufszeit der Erde nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes teilt, um die der Venus, dann diese ebenfalls nach dem gleichen Gesetz teilt, um die des Merkur zu erhalten, und weiter könnte man schliessen, dass die der Erde in ähnlicher Weise aus der Umlaufszeit des Mars abgeleitet werden könne. Diese Ansicht hat sich zwar nicht bestätigt, aber sie deutete den Weg an, auf welchem wir dazu gelangen könnten, die Umlaufszeit der Venus aus derjenigen der Erde zu erhalten.

Bei der Entwicklung der Reihen war mir nun bei derjenigen, bei welcher ich den Wert $\pi^2 3^{-3}$ fortgesetzt durch $\frac{\pi}{4}$ dividierte, aufgefallen, dass der Wert

$$\pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4} = 0.225\,483\ldots$$

wenn als Zeitmass, 225 Tage 4 Stunden 8 Minuten 3 Sekunden gelesen, einen ganz vorzüglichen algebraischen Wert der Umlaufszeit der Venus, die nach den neuesten Beobachtungen mit 224 Tagen 16 Stunden 49 Minuten 26 Sekunden angegeben wird, darstellt.

Der Wert $\pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4}$ entsteht aus dem Werte $\pi^2 3^{-3}$ dadurch, dass wir letzteren mit $\left(\frac{\pi}{2^2}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ multiplizieren. Nun kommt der Wert $\left(\frac{\pi}{2^2}\right)^2 = 0.616\,850\,275$ dem Koeffizienten $(5^{\frac{1}{2}} - 1)\, 2^{-1} = 0.618\,034\ldots$, mit dem eine Grösse zu multiplizieren ist, um sie nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes zu teilen, ganz ungemein nahe, und darum sehen wir auch, dass eine Teilung der kosmischen Zahl, welche die Umlaufszeit der Erde darstellt, nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes fast den gleichen Wert ergibt, als wenn wir dieselbe mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ multiplizieren.

Man wird allerdings einwenden, dass dieser Wert nicht genau mit der durch Beobachtung ermittelten Umlaufszeit, die mit 224 Tagen 16 Stunden 49 Minuten 26 Sekunden angegeben wird, übereinstimmt, denn der hier für die Umlaufszeit der Venus angenommene Wert wäre um 11 Stunden 18 Minuten 37 Sekunden zu lang. Man kann aber die Frage aufwerfen, hat die Umlaufszeit der Venus tatsächlich den angenommenen Wert, oder ist es nicht möglich, dass dieselbe um diesen Betrag länger sein kann? Ich glaube jedoch keinen allzugrossen Fehler zu begehen, wenn ich die Umlaufszeit der Venus durch die kosmische Zahl, deren algebraischer Wert

$\pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4}$ ist, ausdrücke. Diesen Wert können wir nun folgendermassen zerlegen

$$\pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4} = \underbrace{(\pi^2 3^{-3})}_{\text{Erde}} \times \pi 2^{-2} \times \pi 2^{-2}$$

2. Die Umlaufszeit des Merkur.

Die gleiche Reihe ergibt noch einen weiteren Wert, welcher als die kosmische Zahl der Umlaufszeit des Merkur anzusehen ist. Halbieren wir nämlich das auf das Glied $\pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4}$ folgende Glied $\pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-6} = 0.177\,094$, bilden also den Wert $\pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-7}$, so ist

$$\pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-7} = 0.088\,547 \ldots,$$

das wir als Zeitmass

88 Tage 5 Stunden 47 Minuten

lesen könnten. Die Umlaufszeit des Merkur, die allem Anschein nach nicht ganz genau bekannt ist, wird nach Diesterweg mit 88 Tagen angegeben. Nach einer Quelle, deren Ursprung mir nicht bekannt ist, soll dieselbe 87.969 Tage, d. h. 87 Tage 21 Stunden 19 Minuten 4.8 Sekunden betragen. Die Differenz zwischen der kosmischen Zahl und dem festgestellten Werte beträgt also zwischen $5\frac{3}{4}$ und $8\frac{1}{4}$ Stunden, um welche die kosmische Zahl grösser wäre als die aus der Beobachtung abgeleitete Umlaufszeit sein soll. Ob eine solche Differenz tatsächlich existiert oder ob dieselbe nur die Folge unserer nicht ganz genauen Beobachtung ist, entzieht sich meiner Beurteilung; ich will aber annehmen, der durch die kosmische Zahl ausgedrückte Wert der Umlaufszeit sei der richtige. Dann können wir den Wert $\pi^5 3^{-3} 2^{-7}$ folgendermassen zerlegen:

$$\pi^5 3^{-3} 2^{-7} = \underbrace{\left(\underbrace{(\pi^2 3^{-3})}_{\text{Erde}} \times \pi 2^{-2} \times \pi 2^{-2}\right)}_{\text{Venus.}} \times \pi 2^{-2} \times 2^{-1}$$

Wir sehen also, dass der algebraische Wert der Umlaufszeit des Merkur zwei Werte enthält, nämlich: den algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde und den algebraischen Wert der Umlaufszeit der Venus, welch letzterer wieder mit dem gleichen Faktor $\frac{\pi}{4} = \pi 2^{-2}$ multipliziert ist, der allerdings noch einmal zu halbieren ist.

3. Vergleichende Betrachtungen über die algebraischen Werte der Umlaufszeit der Erde, der Venus und des Merkur.

In der Reihe, aus welcher die Umlaufszeit der Venus und des Merkur abgeleitet ist, sind also die algebraischen Werte der Umlaufszeiten von drei Planeten enthalten; von dem algebraischen Werte der Umlaufszeit der Erde ausgehend haben wir die folgende Tabelle:

Algebraische Werte der Umlaufszeit der Erde, der Venus und des Merkur.

Erde	$= \pi^2 3^{-3} \cdot 2^0$	$= \pi^2 3^{-2}$	$= 0.365\,540\,309$	$= 365^d\ 5^h\ 40^m\ 9^s.03$
—	$= \pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-2}$	$= \pi^2 3^{-3} \cdot \pi 2^{-2}$	$= 0.287\,094$	$= 287^d\ 0^h\ 9^m$
Venus	$= \pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4}$	$= \pi^2 3^{-3} \cdot \pi 2^{-2} \cdot \pi 2^{-2}$	$= 0.225\,484$	$= 225^d\ 4^h\ 8^m$
Merkur	$= \pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-7}$	$= \pi^2 3^{-3} \cdot \pi 2^{-2} \cdot \pi 2^{-2} \cdot \pi 2^{-2} \cdot 2^{-1}$	$= 0.088\,547$	$= 88^d\ 5^h\ 47^m$

Diese Tabelle zeigt nun in klarster Weise den Zusammenhang der Umlaufszeit der drei Planeten Erde, Venus und Merkur, denn wir können die Umlaufszeit der beiden inneren Planeten in gesetzmässiger Weise aus der Umlaufszeit der Erde ableiten. Das sind höchst eigentümliche Beziehungen, die, wie aus den Zahlenwerten der Cheops-Pyramide hervorgeht, jedenfalls den ägyptischen Astronomen bekannt waren. Ich darf aber wohl die Frage aufwerfen: Würde jemand, wenn ihm gesagt würde, dass die Umlaufszeit der Erde 365 Tage, die der Venus 225 und die des Merkur 88 Tage sei, auf den Gedanken kommen, dass diese drei Werte sich in der oben dargestellten Weise auseinander ableiten lassen? Man kann wohl sagen, die Umlaufszeit der Erde ist rund 4.1 mal so lang wie die des Merkur oder etwa 1.6 mal so lang wie die der Venus, ergibt sich aber aus diesen Verhältniszahlen irgend etwas, das auf einen inneren gesetzmässigen Zusammenhang der Zahlen 365, 225 und 88 deutet? Wie anders stellt sich aber das Problem, wenn wir die obige Tabelle betrachten. Bevor wir jedoch in der Diskussion dieser Tabelle weitergehen, müssen wir folgende Zwischenbetrachtung einschalten. Wir erhalten den algebraischen Wert der Umlaufszeit der Venus, wenn wir die der Erde mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = \pi 2^{-2} \times \pi 2^{-2}$ multiplizieren. Multiplizieren wir aber den algebraischen Wert der Erde nur einmal mit $\frac{\pi}{4}$, bilden also den Wert $\pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-3}$, so erhalten wir den algebraischen Wert der kosmischen Zahl eines Planeten, der zwischen Erde und Venus stehend eine Umlaufszeit von 287 Tagen 0 Stunden 9 Minuten haben müsste. Wenn wir aber eines mit Sicherheit wissen, so ist es das, dass sich zwischen Erde und Venus kein Planet befindet. Es deutet also die obige Tabelle darauf hin, dass zwischen Erde und Venus eine Lücke besteht, in welcher eigentlich ein Planet stehen sollte. Das ist das erste gänzlich unerwartete Ergebnis dieser Betrachtungen, welche den gesetzmässigen Zusammenhang der Umlaufszeiten zur Grundlage haben.

Die Frage entsteht nun, existierte diese Lücke von jeher als solche, oder befand sich einstmals ein Planet an dieser Stelle und ist derselbe inzwischen verschwunden? Da drängt sich nun sofort ein Gedanke so kühn, aber doch so bestechend auf, dass es schwer hält, denselben zu unterdrücken. Wäre es möglich, dass der Trabant der Erde, der Mond, ursprünglich diesen Planeten repräsentiert, der aber infolge seiner geringeren Masse und seiner Nähe bei dem grösseren Planeten Erde als selbständiger Planet nicht existieren konnte, sondern von der Erde angezogen, mehr und mehr aus seiner

direkten Bahn um die Sonne abgelenkt und schliesslich gezwungen wurde, um die Erde zu kreisen und mit dieser zusammen den Umlauf um die Sonne zu vollenden? Würde mit dieser Hypothese nicht manches, was am Monde schwer verständlich erscheint, zu erklären sein? Im Sinne der Kant-Laplace-schen Hypothese wäre der Mond als Kind der Erde anzusehen, von welcher er, als dieselbe sich noch in gutflüssigem Zustande befand, abgeschleudert wurde. Wäre dem so, dann ist eigentlich nicht einzusehen, warum die physikalische Beschaffenheit des Mondes so grundverschieden von der der Erde ist, wie sie nach unseren Beobachtungen über die Mondoberfläche doch sein muss. Man hat sich über diese Verschiedenheit in der physikalischen Beschaffenheit der Erde und Mond gern mit der Verlegenheitshypothese hinweggeholfen, dass man gesagt hat, der Mond ist ein erstarrter Körper, auf dem alles Leben erloschen ist. Aber mit dieser Hypothese ist die Beschaffenheit der Mondoberfläche wenig verträglich. Hätte auf dem Monde jemals organisches Leben bestanden, so setzt dies die Existenz von Wasser voraus, war aber Wasser vorhanden, so mussten auf dem Monde auch Sedimentärschichten vorhanden sein, deren Struktur doch sicherlich erkennbar wäre. Vom Monde gesehen erscheint der Himalaya oder die Alpen ganz anders als der Vesuv oder der Ätna oder sonst eines der grossen vulkanischen Gebirge. Also, wären auf dem Monde Sedimentärschichten vorhanden, so müssten diese in der verschiedenen Struktur der aus ihnen aufgebauten Gebirge zu erkennen sein, aber soweit mir bekannt, ist in dieser Hinsicht noch kein Unterschied nachgewiesen worden. Aber wie dem auch sein mag, darüber, dass der Mond grundverschieden von unserer Erde ist, besteht wohl kein Zweifel.

Wie anders würde sich unsere Auffassung vom Monde gestalten, wenn wir annehmen könnten, dass dieser nicht ein Kind der Erde sei, sondern ein Fremdkörper, ein früherer Planet, der mit der Erde direkt nichts zu tun hat, aber von dieser eingefangen wurde, da er seine Selbständigkeit bei seiner Erdennähe und geringeren Masse nicht behaupten konnte. Meine mathematischen Kenntnisse reichen nicht aus, um die Berechnung auszuführen, aber ich möchte die Frage aufwerfen, könnte ein Planet von der Grösse und dem spezifischen Gewicht des Mondes sich als selbständiger Planet zwischen Venus und Erde behaupten, wenn dieser Planet in einer solchen Entfernung von der Sonne wäre, dass er eine Umlaufszeit von 287 Tagen haben würde?

Allein wie dem auch sein mag, jedenfalls beweisen die oben dargelegten Beziehungen zwischen den Umlaufszeiten der Planeten Erde, Venus und Merkur, dass zwischen Erde und Venus eine Lücke existiert, in welcher eigentlich ein Planet stehen sollte.

Wenn wir nun zur Betrachtung der Tabelle Seite 111 zurückkehren, so sehen wir zunächst eine ganz eigenartige Reihe in den Potenzen von π: bei der Erde tritt der Wert π^2, bei dem unbekannten Planeten der Wert π^3, bei der Venus der Wert π^4, beim Merkur der Wert π^5 auf, wir haben also eine steigende Reihe von Potenzen von π nach der Sonne zu und diese Reihe würde darauf hindeuten, dass, wenn zwischen Merkur und Sonne noch ein Planet existiert, im algebraischen Wert seiner Umlaufszeit jedenfalls der

Wert π^6 vorkommen muss. Allen Werten gemeinsam ist die Potenz 3^{-3}, aber bei den Potenzen von 2 sehen wir eine nach der Sonne hin absteigende Reihe, die mit 2^0 bei der Erde beginnt, dann bei dem unbekannten Planeten 2^{-2}, bei der Venus 2^{-4}, bei dem Merkur aber 2^{-7} ist. Hieraus können wir folgern, dass bei dem algebraischen Wert der Umlaufszeit eines intramerkurialen Planeten, falls ein solcher vorhanden ist, jedenfalls der Wert 3^{-3} und eine Potenz von 2, die kleiner als 2^{-9} sein muss, vorkommt.

In der Reihe, welche die Umlaufszeiten der Erde, der Venus und nach einer Umformung auch die des Merkur ergab, folgt auf das Glied, welches die doppelte Umlaufszeit des Merkur darstellt, der Wert $\pi^6 3^{-3} 2^{-8} = 0.139\,09$. Dieser Wert enthält also die geforderte Potenz π^6, er ist aber, wie man sieht, zu gross, denn dieser intramerkuriale Planet kann unmöglich eine Umlaufszeit von 139 Tagen haben, ausserdem lehrt die Tabelle Seite 111, dass die Potenz von 2 kleiner als 2^{-9} sein muss. Dividieren wir den Wert $\pi^6 3^{-3} 2^{-8}$, bilden also den Wert $\pi^6 3^{-3} 2^{-9} = 0.069\,54$, so würde die Umlaufszeit dieses intramerkurialen Planeten 69 Tage betragen. Aller Wahrscheinlichkeit nach könnte ein Planet mit einer Umlaufszeit, die derjenigen des Merkur so nahe kommt, als ein selbständiger Planet nicht existieren, und da die Tabelle lehrt, dass die Potenz von 2 kleiner als 2^{-9} sein muss, so liegt es nahe, diesen Wert wiederum durch 2 zu dividieren, also den Wert $\pi^6 3^{-3} 2^{-10} = 0.3477\ldots$ zu bilden. Dieser Wert entspricht den Forderungen der Tabelle und wir sehen somit, dass das Glied $\pi^6 3^{-3} 2^{-6}$ den vierfachen Wert der Umlaufszeit eines etwa vorhandenen intramerkurialen Planeten darstellt. Den Wert $\pi^6 3^{-3} 2^{-10}$ können wir nun in folgender Weise zerlegen:

$$\pi^6 3^{-3} 2^{-10} = \underbrace{\left(\underbrace{\left(\underbrace{(\pi^2 3^{-3})}_{\text{Erde}} \times \pi 2^{-2}\right)}_{x} \times \pi 2^{-2}\right)}_{\text{Venus}} \times \pi 2^{-2} \times 2^{-1}\Big) \times \pi 2^{-2} \times 2^{-1}$$

$$= 0.347\,724.$$

Man hat nun vielfach die Existenz eines intramerkurialen Planeten, dem man sogar den Namen Vulkan beigelegt hat, vermutet. Die Existenz dieses hypothetischen Vulkan ist aber ebenso oft bestritten worden, jedenfalls sicher erwiesen ist dieselbe nicht. Wenn aber der Vulkan tatsächlich existiert, so muss er eine Umlaufszeit von 34 Tagen 7 Stunden 2 Minuten 4 Sekunden haben.

Nun findet man, dass die Polkante der Cheops-Pyramide, deren algebraischer Wert $(\pi 3^{-3} \cdot 2)(\pi^{-2} 3^3 + 1)^{\frac{1}{2}} = 0.347\,799\,200\,808$ ist, mit 10^3 multipliziert, die absolute Länge der Polkante in Ellen ergibt. Dieser Wert besitzt eine ganz auffallende Übereinstimmung mit der Umlaufszeit des Vulkan. Nun darf man aber nicht vermuten, die Erbauer der Cheops-Pyramide hätten diese Zahl in einer mysteriösen Weise in diese hineingeheimnisst, denn das ist durchaus nicht der Fall, sondern die Polkante musste mit logischer Notwendigkeit eine Länge von 347.799 Ellen haben,

wenn die Seitenlänge 365.540 und die Höhe 232.710 Ellen lang war. Da aber diese beiden Werte, als kosmische Zahlen betrachtet, die Umlaufszeit und die Entfernung der Erde von der Sonne darstellen, so folgt ohne weiteres, dass die Umlaufszeit eines etwa vorhandenen intramerkuriellen Planeten 34 Tage 7 Stunden 2 Minuten und 4 Sekunden betragen muss, weil die Erde in einer Entfernung von 148.148 Millionen Kilometer in 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden einen Umlauf um die Sonne vollendet. Weiter aber folgt hieraus, dass die zwischen den beiden Endgliedern der Reihe, Erde und Vulkan, stehenden Glieder x, Venus und Merkur genau die ihnen zugeschriebenen Umlaufszeiten haben müssen, da sonst die Gesetzmässigkeit der Reihe gestört wäre.

Ob die ägyptischen Astronomen eine Vorstellung von der Existenz eines intramerkurialen Planeten hatten? Das ist eine Frage, die sich schwer beantworten lässt, um so mehr, als die Existenz dieses hypothetischen Planeten überhaupt noch nicht mit Sicherheit erwiesen ist. Jedenfalls liegt das Problem so, dass, wenn der Vulkan existiert, er eine Umlaufszeit von 34 Tagen 7 Stunden 7 Minuten haben muss.

Wir können nun die Untersuchungen über die Umlaufszeit der Erde und der zwischen dieser und der Sonne noch vorhandenen oder einst vorhandenen Planeten in der folgenden Tabelle zusammenfassen.

Die algebraischen Werte der Umlaufszeit der Erde, x, Venus, Merkur und Vulkan.

					d h m s
Erde	$= \pi^2 3^{-3}$	$= \pi^2 3^{-3}$		$= 0.365\,540\ldots$	365 5 40 9.03
x	$= \pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-2}$	$= (\pi^2 3^{-3}) \cdot \pi 2^{-2}$		$= 0.287\,094\ldots$	287 0 9 4
Venus	$= \pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4}$	$= \left((\pi^2 3^{-3}) \cdot \pi 2^{-2}\right) \cdot \pi 2^{-2}$		$= 0.225\,483\ldots$	225 4 8 3
Merkur	$= \pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-7}$	$= \left(\left((\pi^2 3^{-3}) \cdot \pi 2^{-2}\right) \cdot \pi 2^{-2}\right) \cdot \pi 2^{-2} \cdot 2^{-1}$		$= 0.088\,547\ldots$	88 5 47
Vulkan	$= \pi^6 3^{-3} \cdot 2^{-10}$	$= \left(\left(\left((\pi^2 3^{-3}) \cdot \pi 2^{-2}\right) \cdot \pi 2^{-2}\right) \cdot \pi 2^{-2} \cdot 2^{-1}\right) \cdot \pi 2^{-2} \cdot 2^{-1}$		$= 0.034\,7724\ldots$	34 7 7 2.4

Diese Tabelle stellt nun ein geradezu wunderbares Bild harmonischen Aufbaues dar, das wohl niemand hinter den einfachen Zahlenwerten, durch welche man die Umlaufszeit der drei Planeten Erde, Venus und Merkur ausdrückt, vermutet haben würde. Man sieht aus dieser Tabelle, wie in der Umlaufszeit eines Planeten jedesmal die Umlaufszeit des nächstfolgenden von der Sonne weiter abstehenden Planeten enthalten ist, so dass also die Umlaufszeit des Vulkan sukzessive die algebraischen Werte für die Umlaufszeit des Merkur, der Venus, x und der Erde enthält.

Nun können wir die algebraischen Werte der Umlaufszeiten noch etwas anders umformen, indem wir direkt die Potenzen von $\pi 2^{-2}$, das ja besser $\frac{\pi}{4}$ geschrieben werden dürfte, angeben. Wir erhalten somit die folgende Tabelle:

Die algebraischen Werte der Umlaufszeit der Erde, x, Venus, Merkur und Vulkan.

Erde	$= \pi^2 3^{-3}$	$= \pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^0 \times 2^0$
x	$= \pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-2}$	$= \pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^1 \times 2^0$
Venus	$= \pi^4 3^{-3} \cdot 2^{-4}$	$= \pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \times 2^0$
Merkur	$= \pi^5 3^{-3} \cdot 2^{-7}$	$= \pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \times 2^{-1}$
Vulkan	$= \pi^6 3^{-3} \cdot 2^{-10}$	$= \pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^4 \times 2^{-2}$

Dies ist nun ein sehr merkwürdiges Resultat, denn aus demselben geht hervor, dass der algebraische Wert der kosmischen Zahl, welche die Umlaufszeit eines Planeten darstellt, sich aus drei Faktoren, nämlich dem algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde, einer Potenz von $\frac{\pi}{4}$ und einer Konstanten zusammensetzt. Das Produkt dieser drei unter sich verschiedenen Faktoren, die doch wieder eins sind, stellt die Umlaufszeit dar.

In der Feststellung des inneren Zusammenhanges, der gegenseitigen Abhängigkeit, der Umlaufszeit der Planeten Erde, Venus und Merkur, die man nicht so ohne weiteres aus den Zahlen, die für die Umlaufszeiten angegeben werden, erkennt, liegt das Wesentliche dieser Entdeckung. Die Zahlen 365, 225, 88 und 34, welche in Sonnentagen die Umlaufszeiten der inneren Planeten ergeben, stehen in dem durch ihre Analyse festgestellten Zusammenhang; würde auch nur einer dieser Planeten seine Umlaufszeit ändern, so müsste sich auch die Umlaufszeit aller andern in entsprechender Weise ändern, wenn die Harmonie erhalten bleiben sollte.

4. Übersicht der algebraischen Werte der Umlaufszeit der Planeten.

A. Allgemeines.

In der nachfolgenden Tabelle habe ich die algebraischen Werte der Umlaufszeit aller bekannten Planeten so zusammengestellt, dass klar hervorgeht, wie dieselben auseinander abgeleitet werden können. Wie ich die algebraischen Werte der Umlaufszeiten der äusseren Planeten berechnet habe, wird der Leser aus meinem umfangreicheren Werke erfahren können.

In umstehender Übersicht fällt sofort der harmonische Aufbau der Werte, durch welche die Umlaufszeiten ausgedrückt werden können, auf. Würde jemand vermuten, dass die Zahlen, welche die Umlaufszeiten der Planeten angeben, in derartig gesetzmässiger Weise, wie dies die Tabelle klar vor Augen führt, aufgebaut sind? Das ist weder Zufall noch Zahlenspielerei, denn wie wäre es sonst denkbar, dass die Planeten Uranus und Neptun,

Übersicht der algebraischen Werte der Umlaufszeit der Planeten.

Neptun $= \pi^8 3^{-8} \cdot 2^{-3} = \left(\left(\left(\left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 3 \cdot 2\right) \times \pi \cdot 2\right) \times \pi \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-4}\right) \times \pi^2 3^{-3} \cdot 2^3\right) \times \pi \cdot 2^{-4} = 0.060\,258\,4 = 60\,258^d\,4^h$

Uranus $= \pi^7 3^{-9} \cdot 2 = \left(\left(\left(\left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 3 \cdot 2\right) \times \pi \cdot 2\right) \times \pi \cdot 3^{-4} \times 2^{-4}\right) \times \pi^2 3^{-3} \cdot 2^3 = 0.306\,940 = 30\,694^d\,0^h$

Saturn $= \pi^5 3^{-6} 2^{-2} = \left(\left(\left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 3 \cdot 2\right) \times \pi \cdot 2\right) \times \pi \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-4} = 0.107\,142 = 10\,714^d\,2^h$

Jupiter $= \pi^4 3^{-2} 2^2 = \left(\left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 3 \cdot 2\right) \times \pi \cdot 2 = 43.293 = 4\,329^d$

Mars $= \pi^3 3^{-2} 2^1 = \left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 3 \cdot 2 = 6.890\,28 = 689^d\,0^h\,2^m\,8^s$

Erde $= \pi^2 3^{-3} 2^0 = \left(\pi^2 3^{-3}\right) = 0.365\,540 = 365^d\,5^h\,40^m\,9.03$

Venus $= \pi^4 3^{-3} 2^{-4} = \left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 2^{-2} \times \pi \cdot 2^{-2} = 0.225\,483 = 225^d\,4^h\,8^m\,3^s$

Merkur $= \pi^5 3^{-3} 2^{-7} = \left(\left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 2^{-2}\right) \times \pi \cdot 2^{-2}\right) \times \pi \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-1} = 0.088\,547 = 88^d\,5^h\,47^m$

Vulkan $= \pi^6 3^{-3} 2^{-10} = \left(\left(\left(\left(\pi^2 3^{-3}\right) \times \pi \cdot 2^{-2}\right) \times \pi \cdot 2^{-2}\right) \times \pi \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-1}\right) \times \pi \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-1} = 0.034\,7724 = 34^d\,7^h\,7^m\,2.4$

welche den Ägyptern wohl schwerlich bekannt waren, so vorzüglich in diese Reihe passen? Für mich war es natürlich leichter, die Umlaufszeiten durch algebraische Werte auszudrücken, da dieselben ja bekannt sind, aber auch mit Hilfe dieser bekannten Zahlen wäre es mir nicht gelungen, dieselben zu zerlegen, um ihren Aufbau zu erkennen, wenn ich nicht durch die Teil-Pyramiden auf den Gedanken der Reihenbildung gekommen wäre.

Wenn wir nun die algebraischen Werte, welche die Umlaufszeiten darstellen, betrachten, so fällt zunächst auf, dass, von der Erde ausgehend, beiderseits die Potenzen von π ganz regelmässig zunehmen. Wir können dies folgendermassen darstellen:

Neptun	Uranus	Saturn	Jupiter	Mars	Erde	Venus	Merkur	Vulkan
π^8	π^7	π^5	π^4	π^3	π^2	π^4	π^5	π^6

In der Kontinuität dieser Reihe fallen zwei Lücken auf, eine zwischen Uranus und Saturn, wo der Wert π^6 fehlt, eine zweite zwischen Erde und Venus, wo der Wert π^3 fehlt; aber zwischen Mars und Jupiter, wo sich bekanntlich der Gürtel der Planetoiden findet, besteht keine Lücke. Die Tabelle weist somit auf eine Fülle von Problemen hin, die ich nur kurz streifen kann. Die Lücke zwischen Erde und Venus habe ich oben besprochen, die Lücke zwischen Saturn und Uranus werde ich weiter unten besprechen, aber das Eigentümlichste ist, dass sich wohl für fehlende Planeten ein Platz findet, nicht aber für die existierenden Planetoiden. Dieselben scheinen gar nicht in die Reihe hineinzugehören, aber sie sind doch tatsächlich vorhanden. Eine Berechnung der Umlaufszeiten verschiedener derselben hat ergeben, dass die algebraischen Werte derselben sich teils enger an die Umlaufszeit des Jupiter, teils enger an die des Mars anschliessen. So wird z. B. der algebraische Wert der Umlaufszeit der Hebe, die eine Umlaufszeit von 1378 Tagen hat, durch den algebraischen Wert $\pi^3 3^{-2} \cdot 2^2$, der sich eng an den algebraischen Wert der Umlaufszeit des Mars, nämlich $\pi^3 3^{-2} \cdot 2$ anschliesst, ausgedrückt. Ich habe in meinem umfangreicheren Werke diese Punkte ausführlicher diskutiert, denn so viel scheint klar zu sein, dass die Planetoiden nicht etwa eine Lücke zwischen Mars und Jupiter ausfüllen, sondern dass sie eigentlich ganz unrechtmässiger Weise an diesem Platz, der ihnen gar nicht gehört, stehen. Hieraus ergibt sich eine ganz neue Anschauung über die Planetoiden, die vielleicht manche Eigentümlichkeiten dieses sonderbaren Schwarmes von Weltkörpern erklären dürfte.

Weiter ist in dieser Tabelle, oder noch deutlicher in der obigen Reihe, die ptolemäische Weltanschauung unverkennbar ausgedrückt. Die Erde steht im Mittelpunkt, alle Planeten inklusive der Sonne bewegen sich um dieselbe, lehrt Ptolemäus. Lässt man Uranus und Neptun weg und setzt statt dem Vulkan die Sonne, so haben wir die Reihe

Saturn Jupiter Mars Erde Venus Merkur Sonne.

Es war also wohl nicht allein die Ansicht von der scheinbaren Bewegung aller Gestirne, einschliesslich der Sonne um die Erde, auf welche die pto-

lemäische Weltanschauung gegründet ist, sondern auch ein letzter Rest der den Ägyptern bekannten Beziehungen der Umlaufszeit der Planeten, der in der ptolemäischen Weltanschauung enthalten ist.

Aber auch die Weltanschauung Tycho Brahes, wonach sich zwar Erde und die inneren Planeten um die Sonne, aber die äusseren Planeten um die Erde bewegen sollten, ist in der obigen Tabelle ausgedrückt. Möglich, dass sich in irgend einem inzwischen verloren gegangenen Manuskript noch Hinweise auf die obige Darstellung, welche der Erde scheinbar eine Mittelpunktsstellung zuweist, gefunden haben.

Nun lassen sich die algebraischen Werte der Umlaufszeiten der Planeten in ganz besonderer Weise dadurch umformen, dass man einen allen gemeinsamen Faktor $\pi^2 3^{-3}$ ausscheidet und den Rest in Potenzen von $\frac{\pi}{4}$ und ein Produkt der Potenzen von 2 und 3 zerlegt. Wir erhalten dann die nachfolgende Tabelle, in welcher ich, um die Kontinuität der Reihe klarer zu machen, die Werte für die fehlenden Glieder zwischen Uranus und Saturn resp. Erde und Venus eingesetzt habe.

Die algebraischen Werte der Umlaufszeiten der Planeten.

				Tage	Std.	Min.	Sek.
Neptun	$= \pi^6 3^{-9} 2^{-3}$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^6 (3^{-6} \cdot 2^9)$	$= 0.060\,258\,4\ldots$	$= 60\,258$	4	0	0
Uranus	$= \pi^7 3^{-9} 2$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^5 (3^{-6} \cdot 2^{11})$	$= 0.306\,940\ldots$	$= 30\,964$	0	0	0
X	$= \pi^6 3^{-9} 2^5$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^4 (3^{-6} \cdot 2^{13})$	$= 1.563\,0\ldots$	$= 15\,630$	0	0	0
Saturn	$= \pi^5 3^{-6} 2^{-2}$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^3 (3^{-3} \cdot 2^4)$	$= 0.107\,142\ldots$	$= 10\,714$	2	0	0
Jupiter	$= \pi^4 3^{-2} 2^2$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 (3 \cdot 2^6)$	$= 43.293\ldots$	$= 4\,329$	3	0	0
Mars	$= \pi^3 3^{-2} 2$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^1 (3 \cdot 2^3)$	$= 6.890\,28\ldots$	$= 689$	0	2	8
Erde	$= \pi^2 3^{-3} 2^0$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^0 (3^0 \cdot 2^0)$	$= 0.365\,540\,903\ldots$	$= 365$	5	40	9.03
x	$= \pi^3 3^{-3} 2^{-2}$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^1 (3^2 \cdot 2^0)$	$= 0.287\,094\ldots$	$= 287$	0	9	4
Venus	$= \pi^4 3^{-3} 2^{-4}$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 (3^2 \cdot 2^0)$	$= 0.225\,483\ldots$	$= 225$	4	8	3
Merkur	$= \pi^5 3^{-3} 2^{-7}$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^3 (3^2 \cdot 2^{-1})$	$= 0.088\,547\ldots$	$= 88$	5	4	7
Vulkan	$= \pi^6 3^{-3} 2^{-10}$	$= (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^4 (3^2 \cdot 2^{-2})$	$= 0.034\,772\,4\ldots$	$= 34$	7	7	2

Die Zerlegung der algebraischen Werte der kosmischen Zahlen, welche die Umlaufszeiten darstellen, ist nun eine höchst eigenartige. Wie bereits bemerkt, lässt sich aus allen Werten der unveränderliche Wert $\pi^2 3^{-3}$, der, wie wir wissen, die Umlaufszeit der Erde darstellt, ausscheiden; wir wollen diesen Wert den Kernwert nennen, der nächste Faktor, den ich den variablen Mittelwert nenne, wird durch Potenzen des Wertes $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ gebildet, deren Exponenten von der Erde als Mittelpunkt mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^0$ beginnend in der Richtung nach der Sonne zu, als auch von dieser weg regelmässig um eine Einheit steigen. Den letzten Faktor, der aus Potenzen der Zahlen 3 und 2 gebildet wird, nenne ich den variablen Endwert. Dieser Wert, resp. die Potenzen der ihn bildenden Faktoren, unterliegt einem noch nicht völlig aufgeklärten Gesetz, das jedenfalls so viel zu beweisen scheint, dass die Planeten unter sich zusammengehörige Gruppen bilden. Sehr scharf ausgeprägt sind in dieser Hinsicht gerade die Endgruppen Neptun, Uranus, X einerseits und Erde, x, Venus, Merkur, Vulkan andererseits. Bei der Gruppe der inneren Planeten finden wir, dass Merkur und Vulkan wiederum enger zusammen gehören als Erde, x, Venus, die ihrerseits wieder enger zusammenhängen. Mars und Jupiter stehen ebenfalls wieder in Zusammenhang, ganz einsam scheint dagegen Saturn zu stehen[1]). In bezug auf die negative Potenz von 3 scheint er zu der Gruppe X, Uranus, Neptun zu gehören, während die Potenz von 2 auf eine gewisse Zusammengehörigkeit mit Jupiter-Mars weist. Diese ganz unverkennbare Gruppenbildung der Planeten werde ich in meinem grösseren Werk noch ausführlicher besprechen.

Wir wollen nun kurz die einzelnen Werte, deren Produkt den algebraischen Wert der kosmischen Zahl, welche die Umlaufszeit der Planeten ausdrückt, untersuchen.

B. Der Kernwert.

Der Kernwert ist, wie bereits bemerkt, ein konstanter Faktor, der sich aus der Umlaufszeit aller Planeten ausscheiden lässt, mit andern Worten, die kosmische Zahl der Umlaufszeit der Erde $\pi^2 3^{-3}$ ist in den kosmischen Zahlen der Umlaufszeit aller Planeten enthalten.

C. Der variable Mittelwert.

Dies ist vielleicht der interessanteste Faktor von allen; diejenigen, welche meinen Ausführungen bis hieher gefolgt sind, werden bereits erkannt haben, dass die Basis des Mittelwertes durch die Kotangente des Neigungswinkels der Seitenflächen der Cheops-Pyramide dargestellt wird, deren Wert durch die Länge der Steintruhe in ägyptischen Zoll ausgedrückt wird.

[1]) Wäre es denkbar, dass die Unheil bringenden Eigenschaften, die Saturn nach Ansicht der Astrologen besitzen soll, in letzter Linie auf diese scheinbare Ausnahmestellung des Saturn zurückzuführen sind?

Wenn wir uns daran erinnern, dass der Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ dadurch erhalten wurde, dass der algebraische Wert der halben Seitenlänge der Cheops-Pyramide durch den algebraischen Wert der Höhe dividiert wurde, und wenn wir uns weiter an die Bedeutung dieser Werte erinnern, so kommen wir zu der folgenden eigenartigen Darstellung der Basis des variabeln Mittelwertes.

$$\text{Basis des variabeln Mittelwertes der Umlaufszeit aller Planeten} \left\{ \begin{array}{l} = \dfrac{\frac{1}{8}\text{ der Bahnlänge in Ellen}}{\text{Entfernung der Erde in Ellen}} \\[2ex] = \dfrac{\frac{1}{2}\text{ der Umlaufszeit der Erde}}{\text{dopp. Temporalentfernung d. Erde}} \end{array} \right\} = \frac{\pi^2 3^{-3 \cdot 2^{-1}}}{\pi 3^{-3 \cdot 2}} = \pi 2^{-2} = \frac{\pi}{4}$$

Aus dieser Erkenntnis können wir den ausserordentlich wichtigen Schluss ziehen, dass die Umlaufszeit aller Planeten durch die Entfernung der Erde von der Sonne und ihre sich hieraus ergebende Umlaufszeit bedingt wird. Da aber, wie ich oben gezeigt habe, aller Wahrscheinlichkeit nach das spezifische Gewicht der Erde ihre Entfernung von der Sonne bestimmt, so folgt hieraus weiter, dass das spezifische Gewicht der Erde die Umlaufszeiten aller übrigen Planeten bedingt. Mit andern Worten, würde sich das spezifische Gewicht der Erde ändern, so müsste sich sofort auch ihre Umlaufszeit ändern, ändert sich aber die Umlaufszeit der Erde, so müsste sich auch die Umlaufszeit aller Planeten in dem entsprechenden Masse ändern, da sonst die Harmonie des unleugbar vorhandenen gesetzmässigen Zusammenhanges der Umlaufszeiten gestört wäre.

Nun versteht man aber auch, wie die Ansicht, dass die Erde den Mittelpunkt des ganzen Planetensystems bilde, sich entwickeln konnte. Dass die hier dargelegte Auffassung den alten Ägyptern bekannt war, ist für mich ausser allem Zweifel, denn, um mich etwas drastisch auszudrücken, so schlau, wie ich es bin, waren die alten Ägypter auch, und das, was ich nach heissem Mühen herausgefunden habe, war diesen genialen Geistern längst bekannt, und zwar noch viel besser wie mir. Die dürftigen Reste dieser wahrscheinlich als grosses Geheimnis gehüteten Erkenntnis, welche auf die Griechen kamen und von diesen falsch verstanden wurden, gipfelten in der ptolemäischen Weltanschauung von der Mittelpunktsstellung der Erde, die natürlich vollkommen falsch war und den Tatsachen in keinerlei Weise Rechnung trug. Wer auch immer der Begründer der ptolemäischen Weltanschauung, ob Claudius Ptolemäus oder ein anderer, gewesen sein mag, jedenfalls fusste er auf einer Überlieferung dieses Gesetzes, die im Laufe der Jahrtausende vollkommen verändert worden war und der Erde eine tatsächliche Mittelpunktsstellung zuschrieb, eine Stellung, die durch die tägliche scheinbare Bewegung des gestirnten Himmels nur noch hervorgehoben wurde.

Die Zunahme der Exponenten der Basis des variabeln Mittelwertes, von der Erde als Mittelpunkt ausgehend, habe ich schon oben berührt. Jedenfalls ist es ein höchst merkwürdiges Gesetz, das in dieser fortlaufenden

Zunahme der Exponenten beiderseits von der Erde, deren Potenz wir uns als 0 denken können, besteht.

D. Der variable Endwert.

Wie bereits bemerkt, setzt sich der variable Endwert aus Potenzen der Zahlen 2 und 3 zusammen, die eine gewisse Gesetzmässigkeit erkennen lassen, obschon das Gesetz in seinen Einzelheiten noch nicht vollständig klar ist.

E. Zusammenfassung.

Wir sehen nun, dass wir eine ganz allgemeine Formel, aus der sich die Umlaufszeiten aller Planeten ableiten lassen, aufstellen können; diese Formel heisst:

Algebraischer Wert der kosmischen Zahl der Umlaufszeit

= Kernwert × variabler Mittelwert × variabler Endwert

oder $U = (\pi^2 3^{-3}) \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^a \times (3^c \cdot 2^d)$

In dieser Formel sind die entsprechenden Werte für die Potenzen des Mittel- und Endwertes

	a	c	d
Neptun	6	−6	9
Uranus	5	−6	11
X	4	−6	13
Saturn	3	−3	4
Jupiter	2	1	6
Mars	1	1	3
Erde	0	0	0
x	1	2	0
Venus	2	2	0
Merkur	3	2	−1
Vulkan	4	2	−2

Setzen wir die obigen Zahlenwerte als Exponenten der einzelnen Werte, so erhalten wir ohne weiteres den algebraischen Wert der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der betreffenden Planeten.

F. Die Grundformel der Planeten.

Nun haben die Untersuchungen über die absolute und temporale Entfernung, der Bahnlänge und der Bahngeschwindigkeit, welche ich in meinem umfangreicheren Werke ausführlich bringen werde, ergeben, dass sich für alle Planeten eine gemeinsame Grundformel aufstellen lässt, aus der sich durch Einsetzung der Exponenten alle die oben genannten Elemente ableiten lassen. Diese Grundformel, welche der Umlaufsformel sehr ähnlich ist, lautet:

$$\left.\begin{matrix} U \\ Ea \\ Et \\ B \\ G \end{matrix}\right\} = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^b \cdot 3^c \cdot 2^d)$$

Aus dieser Formel lassen sich ohne weiteres die Grundformeln der algebraischen Werte, der kosmischen Zahlen der Umlaufszeit, absoluten Entfernung, Temporalentfernung, Bahnlänge und Bahngeschwindigkeit ableiten, wie sich aus folgendem ergibt.

a) Die allgemeine Formel für die Umlaufszeit *U*.

Setzt man in der Grundformel $b = 0$, so erhält man die allgemeine Formel für die Umlaufszeit

$$U = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (3^c \cdot 2^d)$$

b) Die allgemeine Formel für die Temporalentfernung *Et*.

Die Temporalentfernung ist, wie ich oben gesagt habe, die Entfernung eines Planeten von der Sonne in Zeit, d. h. in Sonnentagen. Dividiert man die Umlaufszeit durch 2π, so erhält man also die Temporalentfernung. Wir können also die allgemeine Formel folgendermassen schreiben:

$$Et = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^{b-1}\, 3^c \cdot 2^{d-1})$$

c) Die allgemeine Formel für die absolute Enfernung *Ea/e* (Ellen) und *Ea/m* (Meter).

Die absolute Entfernung eines Planeten von der Sonne bedingt die Länge seiner Bahn, seine Bahngeschwindigkeit und seine Umlaufszeit. Es ist also die allgemeine Formel der absoluten Entfernung die Grundformel der Planeten, also

$$Ea/e = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^b \cdot 3^c\, 2^d)$$

Durch Einsetzen der entsprechenden Zahlenwerte für die Exponenten erhalten wir die algebraischen Werte der kosmischen Zahlen der Entfernung aller Planeten in ägyptischen Ellen. Um aber die Entfernung in Metern zu erhalten, müssen wir mit $\frac{2}{\pi}$ multiplizieren. Wir haben dann

$$Ea/m = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^{b-1}\, 3^c \cdot 2^{d+1})$$

d) Die allgemeine Formel für die Bahnlänge *Be* (Ellen) und *Bm* (Meter).

Die allgemeine Formel für den algebraischen Wert der kosmischen Zahl der Bahnlänge aller Planeten wird durch Multiplikation der allgemeinen

Formel der absoluten Entfernung mit 2π erhalten. Es ist also

$$Be = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^{b+1}\, 3^c \cdot 2^{d+1})$$

Diese Formel gibt die Bahnlänge in ägyptischen Ellen an. Um dieselbe in Meter auszudrücken, müssen wir dieselbe mit $\frac{2}{\pi}$ multiplizieren. Es ist also:

$$Bm = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^b\, 3^c \cdot 2^{d+2})$$

e) Die allgemeine Formel für die Bahngeschwindigkeit *Ge* (Ellen) und *Gm* (Meter).

Wir erhalten die Bahngeschwindigkeit, d. h. die Länge der Strecke, welche ein Planet in einem Sonnentage zurücklegt, wenn wir seine Bahnlänge durch seine in Sonnentagen ausgedrückte Umlaufszeit teilen, also

$$Ge = \pi^{b+1}\, 3^0 \cdot 2^1$$

und zwar drückt diese Formel den algebraischen Wert der kosmischen Zahl der Bahngeschwindigkeit in ägyptischen Ellen aus, bei welcher, wie wir sehen, die Potenz des Kernwertes ebenso wie die des variabeln Mittelwertes, gleich 0 ist; also könnten wir die allgemeine Formel für die Bahngeschwindigkeit in Ellen auch folgendermassen schreiben:

$$Ge = (\pi^2\, 3^{-3})^0 \left(\frac{\pi}{4}\right)^0 (\pi^{b+1}\, 3^0 \cdot 2^1)$$

Wollen wir diese Formel so umwandeln, dass sie die Bahngeschwindigkeit in Meter angibt, so brauchen wir dieselbe nur mit $\frac{2}{\pi}$ multiplizieren und erhalten dann den Wert

$$Gm = \pi^b\, 3^0 \cdot 2^2 = (\pi^2\, 3^{-3})^0 \left(\frac{\pi}{4}\right)^0 (\pi^b\, 3^0 \cdot 2^2)$$

Nun sehen wir weiter, dass, wenn wir die Temporalentfernung mit der Bahngeschwindigkeit multiplizieren, wir die absolute Entfernung entweder in Ellen oder Metern erhalten, denn

$$Ea/e = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^{-1}\, 3^c \cdot 2^{d-1}) \times (\pi^{b+1}\, 3^0 \cdot 2^1) = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^b\, 3^c \cdot 2^d)$$

$$Ea/m = (\pi^2 3^{-3}) \left(\frac{4}{\pi}\right)^a (\pi^{-1}\, 3^c \cdot 2^{d-1}) \times (\pi^b\, 3^0 \cdot 2^2) = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^{b-1} 3^c \cdot 2^{d+1})$$

f) Die allgemeine Formel für das Spezifische Gewicht *Sp. G.*

Es ist meine feste Überzeugung, dass das spezifische Gewicht der Planeten ebenfalls aus der Grundformel abgeleitet werden kann, denn dieses steht, wie ich oben gezeigt habe, in engster Beziehung zur Umlaufszeit, Bahn-

länge und Entfernung. Mit Bestimmtheit habe ich die allgemeine Formel bis jetzt noch nicht festgestellt, sondern nur diejenige für die Erde bestimmt, aber es dürfte ziemlich sicher sein, dass dieselbe den folgenden Bau hat

$$Sp.\ G = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^0 (\pi^0\, 3^0\, 2^{-d})$$

In der nachfolgenden Tabelle (Seite 119) sind nun die Zahlenwerte der Exponenten a, b, c, d für alle Elemente aller Planeten zusammengestellt, so dass man nur die betreffenden Werte in der allgemeinen Formel einzusetzen braucht, um den algebraischen Wert der kosmischen Zahl irgend eines Elementes irgend eines Planeten zu erhalten, den man dann bei den in Längenmass ausgedrückten Elementen nur mit der entsprechenden Potenz von 10 zu multiplizieren hat, um das absolute Mass zu erhalten.

Hierbei ist jedoch noch folgendes zu bemerken. Der Exponent des Kernwertes ist für alle Elemente, mit Ausnahme der Bahngeschwindigkeit, gleich 1; bei letzterer wird er jedoch 0; es ist darum nicht notwendig, denselben besonders aufzuführen.

Weiter ist stets zu beachten, dass die auf diese Weise berechneten Werte immer nur die algebraischen Werte der kosmischen Zahl, die ja entweder Zeitmass oder Längenmass darstellt, ausdrücken. Um dieselben in absolutem Mass auszudrücken, müssen wir die Längenmasse mit irgend einer Potenz von 10 multiplizieren, deren Grösse unter M (Multiplikator) angegeben ist. Auf diese Weise erhalten wir die absoluten Längenmasse in ägyptischen Ellen. Um dieselben in Meter umzuwandeln, wird der Exponent b um eine Einheit verringert, der Exponent d aber um eine Einheit erhöht. Um die Zeitmasse auszudrücken, teilt man die kosmische Zahl in Gruppen von zunächst Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden ein, wobei man am besten die kosmische Zahl als Dezimalbruch ansieht, der mit der entsprechenden Potenz von 10 multipliziert zunächst die Umlaufszeit in ganzen Tagen angibt; der übrigbleibende Rest darf aber nicht als Dezimalen von Sonnentagen gelesen werden, sondern stellt Stunden, Minuten und Sekunden dar, die als Gruppen von zwei Zahlen erscheinen, wobei selbstverständlich die Zahl der Stunden immer kleiner als 24, die der Minuten und Sekunden immer kleiner als 60 sein muss, und ferner, dass eine Gruppe, in welcher 0 als die erste Zahl steht, z. B. 05, nicht 5 Stunden gelesen werden darf, sondern 0 Stunden 5 Minuten gelesen werden muss. Ähnliches gilt natürlich auch für Minuten und Sekunden. Die nach der Bestimmung von Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden übrig bleibenden Zahlen sind als Bruchteile von Sekunden anzusehen.

Der gesetzmässige Zusammenhang aller Planeten tritt selbst in dieser Tabelle der Exponenten zutage, wie man ohne weiteres sieht.

Ein Beispiel wird das Gesagte am besten erläutern. Gesucht sei die absolute Entfernung der Erde von der Sonne in ägyptischen Ellen und Metern.

$$\text{Grundformel } (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^b\, 3^c\, 2^d)$$

Die Exponenten der variabeln Werte der allgemeinen Formel für alle Elemente aller Planeten einschliesslich des Multiplikators für Zeit- und Längenmass.

(Längenmasse in ägyptischen Ellen.)

NB. Um die Längenmasse in Meter umzuwandeln, ist der Wert b um 1 zu erhöhen, der Wert d um 1 zu verringern.

	Zeitmasse												Längenmasse											
	Umlaufszeit U					Temporalentfernung Et					Absolute Entfernung Ea					Bahnlänge B					Bahngeschwindigkeit G			
	a	b	c	d	M	a	b	c	d	M	a	b	c	d	M	a	b	c	d	M	a	b	c	d	M
Neptun	6	0	−6	9	10^6	6	−1	−6	8	10^4	6	−11	10	12	10^{11}	6	−10	10	13	10^{11}	0	12	19	4	10^5
Uranus	5	0	−6	11	10^5	5	−1	−6	10	10^4	5	−11	10	11	10^{11}	5	−10	10	12	10^{11}	0	12	19	1	10^6
X	4	0	−6	13	10^4	4	−1	−6	12	10^4	4	−11	10	10	10^{11}	4	−10	10	11	10^{11}	0	12	19	−2	10^7
Saturn	3	0	−3	4	10^5	3	−1	−3	3	10^4	3	2	0	7	10^{11}	3	3	0	8	10^{10}	0	1	6	4	10^5
Jupiter	2	0	1	6	10^2	2	−1	1	5	10^2	2	2	−6	2	10^{14}	2	3	−6	3	10^{14}	0	1	−4	−3	10^{12}
Mars	1	0	1	3	10^2	1	−1	1	2	10^2	1	3	0	2	10^{10}	1	4	0	3	10^{10}	0	2	4	0	10^8
Erde	0	0	0	0	10^3	0	−1	0	−1	10^3	0	−1	0	1	10^{12}	0	0	0	2	10^{12}	0	−2	3	2	10^9
x	1	0	0	0	10^3	1	−1	0	−1	10^3	1	0	1	−2	10^{12}	1	1	1	−1	10^{12}	0	−1	3	−1	10^9
Venus	2	0	0	0	10^3	2	−1	0	−1	10^3	2	0	1	−2	10^{12}	2	1	1	−1	10^{12}	0	−1	4	−1	10^9
Merkur	3	0	0	−1	10^3	3	−1	0	−2	10^3	3	3	−1	−1	10^{12}	3	4	−1	0	10^{11}	0	2	4	1	10^7
Vulkan	4	0	0	−2	10^3	4	−1	0	−3	10^3	4	3	−2	0	10^{12}	4	4	−2	1	10^{11}	0	2	5	1	10^7

Nach der Tabelle sind die Exponenten für die absolute Entfernung Ea der Erde in ägyptischen Ellen

$$a = 0;\ b = -1;\ c = 0;\ d = 1;\ M = 10^{12}$$

also

$$Ea = (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^0 (\pi^{-1} 3^0 2^1) \times 10^{12}$$

$$= \pi 3^{-3} 2 \times 10^{12} = 0.232\,710\,566\,932\,577\ldots \times 10^{12}$$
$$= 232\,710\,566\,932.577 \text{ ägyptische Ellen.}$$

Da wir aber auch die Entfernung direkt in Meter haben wollen, so müssen wir b um 1 verkleinern, d um 1 vergrössern, also haben wir die Exponenten

$$a = 0;\ b = -2;\ c = 0;\ d = 2;\ M = 10^{12}$$

$$Ea = (\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^0 (\pi^{-2} 3^0 2^2) \times 10^{12}$$

$$= 3^{-3} 2^2 \times 10^{12} = 0.148\,148\ldots \times 10^{12}$$
$$= 148\,148\,148\,148.148 \text{ Meter.}$$

Nun geht aus der Grundformel hervor, dass in allen Elementen, mit Ausnahme der Bahngeschwindigkeit, das Produkt $(\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^a$ vorkommt. Es lassen sich also die Berechnungen etwas vereinfachen, indem man den Wert dieses Produktes berechnet. Wir erhalten dann die folgende Tabelle:

$$\pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^1 = \pi^3 3^{-3} 2^{-2} = 0.287\,074\,6\ldots \text{ für } x \text{ und Mars}$$

$$\pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = \pi^4 3^{-3} 2^{-4} = 0.225\,483\,3\ldots \text{ für Venus und Jupiter}$$

$$\pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^3 = \pi^5 3^{-3} 2^{-6} = 0.017\,700\,48\ldots \text{ für Merkur und Saturn}$$

$$\pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^4 = \pi^6 3^{-3} 2^{-8} = 0.013\,908\,96\ldots \text{ für Vulkan und } X$$

$$\pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^5 = \pi^7 3^{-3} 2^{-10} = 0.010\,924\,20\ldots \text{ für} \ldots\ldots \text{ Uranus}$$

$$\pi^2 3^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^6 = \pi^8 3^{-3} 2^{-12} = 0.005\,879\,754\ldots \text{ für} \ldots\ldots \text{ Neptun.}$$

Man sieht nun ohne weiteres, dass die auf diese Weise gebildeten Produkte nichts anderes sind als Glieder der Reihe, welche man erhält, wenn man den algebraischen Wert der Erde fortgesetzt mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ multipliziert. Die Glieder dieser Reihe stellen also Werte dar, die in den kosmischen Zahlen aller Elemente aller Planeten auftreten, und zwar bemerken wir, was ja schon aus der Übersicht der algebraischen Werte der Umlaufszeiten hervorging, nun aber für alle Werte gilt, dass einem Planeten jenseits der Erde ein solcher diesseits (also zwischen Erde und Sonne) entspricht, dessen Elemente das gleiche Produkt des Kernwertes und variabeln Mittelwertes besitzen. Dem Mars entspricht zwischen Erde und Sonne der allerdings nicht vorhandene Planet x; aber dem Jupiter entspricht die Venus und dem Saturn der Merkur. Desgleichen würde, wenn er existiert, der Vulkan dem zwischen Saturn und Uranus stehenden X, dessen Existenz natürlich auch erst noch zu beweisen wäre, entsprechen. Ferner müssten, falls noch weitere Planeten näher der Sonne bestehen könnten, dieselben sich in der Entfernung finden, dass dieselben dem Uranus resp. Neptun entsprächen, d. h. dass ihre Elemente den Wert $\pi^7 3^{-3} 2^{-10}$ resp. $\pi^8 3^{-3} 2^{-12}$ enthielten. Desgleichen können wir schliessen, dass, wenn noch ein Planet jenseits des Neptun existiert, die Elemente desselben den algebraischen Wert $(\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^7 = \pi^9 3^{-3} 2^{-14}$ enthalten müssen.

Durch die Grundformel wird nun der Erde scheinbar eine Vorzugs- oder Mittelpunktsstellung im Planetensystem gegeben, eine Stellung, die ihr ja im ptolemäischen Weltsystem zugewiesen wird. Nun entsteht die grosse Frage, ist diese Stellung auch objektiv richtig? Wir dürfen nämlich nicht vergessen, dass die algebraischen Werte der Umlaufszeit und der absoluten Entfernung aller Planeten aus Reihen erhalten wurden, die dadurch gebildet werden, dass der algebraische Wert der Umlaufszeit der Erde resp. ihrer Entfernung mit bestimmten Faktoren multipliziert wurden. Es lässt sich also jeder algebraische Wert in letzter Linie auf einen dieser Werte zurückführen, aber wiederum dürfen wir nicht übersehen, dass die so erhaltenen Werte in einem vollkommen gesetzmässigen Zusammenhang stehen, also nicht willkürlich aufgebaute Werte darstellen. Es ist also leicht möglich, dass die Vorzugs- oder Mittelpunktsstellung der Erde nur subjektiv richtig ist, d. h. sie erscheint nur darum als solche, weil wir Erdenbewohner eben all unsere Verhältnisse auf die Erde beziehen. Könnte man z. B. für die Umlaufszeit irgend eines andern Planeten einen ähnlichen Wert finden, wie für diejenige der Erde, so könnte man von diesem Planeten ausgehend ähnliche Reihen bilden wie für die Erde, aber dann würde sich für diesen Planeten eine Art Vorzugsstellung ergeben. In der Umlaufszeit des Merkur scheint etwas derartiges angedeutet zu sein. Der Wert $9\pi^2 = 88.826$ entspricht ziemlich genau der Umlaufszeit des Merkur; gehen wir von diesem Werte aus, so wird natürlich der algebraische Wert der Umlaufszeit der Erde ein ganz anderer sein als $\pi^2 3^{\ 3}$; und ebenso wird sich der Aufbau der algebraischen Werte aller übrigen Planeten ändern, obschon ihr absoluter Wert und ihr gegenseitiges Verhältnis dasselbe bleiben muss. Meiner Ansicht nach ist darum die in diesen Formeln angedeutete Vorzugs- oder Mittelpunktsstellung der Erde nur subjektiv richtig, weil eben alle Berechnungen auf ihre Stellung in bezug auf die Sonne zurückzuführen sind oder von dieser ihren Ausgang nehmen. Objektiv existiert die Vorzugsstellung der Erde nicht.

Allein wie dem auch sein mag, ob die Erde tatsächlich eine Art Mittelpunkts- oder Vorzugsstellung im Planetensystem besitzt oder nicht, es wird

durch diese Grundformel bewiesen, dass unser ganzes Planetensystem nach einem genau bestimmten Plane aufgebaut ist. Jedes Glied desselben steht genau an dem Platze, wo es hingehören muss; es gibt keine zufällige Stellung, jeder Planet ist abhängig von allen andern und seine Entfernung und Umlaufszeit muss eben diejenige sein, die er hat, weil die andern Planeten die ihnen zukommende Entfernung und Umlaufszeit, die sie besitzen müssen, haben. Würde irgend eines der Glieder seine Umlaufszeit oder seine Entfernung von der Sonne ändern, so müssten, automatisch sozusagen, alle übrigen Glieder ihre Umlaufszeit oder Entfernung proportional ändern, da sonst die Harmonie oder das Gesetz des ganzen Bauplanes gestört wäre.

In dem positiven Nachweis der gesetzmässigen, systematischen Beziehungen aller Planeten unseres Sonnensystems, derart, dass alle ihre Elemente aus einer gemeinsamen Grundformel abgeleitet werden können, liegt der ganz besondere Wert dieser Auffassung, die meiner Ansicht nach den alten Ägyptern in allen Einzelheiten bekannt war. Könnte aber der Nachweis erbracht werden, dass die Erde in der Tat die Mittelpunkts- oder Vorzugsstellung, welche ihr scheinbar angewiesen ist, besitzt, so wäre damit ein ganz neues schwerwiegendes Problem gegeben, denn man müsste sofort die Frage aufwerfen: Warum besitzt gerade die Erde unter allen Planeten eine Vorzugsstellung?

Jedenfalls haben die vorstehenden Untersuchungen bewiesen, dass die Umlaufszeiten resp. Entfernungen aller Planeten einen vollkommen gesetzmässigen Aufbau besitzen derart, dass sich diese beiden Elemente aus einem Grundfaktor, als den wir den algebraischen Wert, welcher die kosmische Zahl der Umlaufszeit der Erde, nämlich $\pi^2 3^{-3}$ ausdrückt, ansehen können, dessen Wert wir ja durch Beobachtung kennen, herleiten lassen. Die scheinbar zusammenhangslosen Zahlen, welche in Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden die Umlaufszeit der Planeten um die Sonne darstellen, liessen sich in einer Reihe von algebraischen Werten darstellen, von welchen immer einer durch Multiplikation mit bestimmten Faktoren aus dem andern hervorgeht. Wenn wir das Gesetz, welches diese Faktoren bestimmt, ermittelt haben, dann ist eines der Hauptprobleme unseres Planetensystemes gelöst, denn dann könnten wir, wenn der algebraische Wert der kosmischen Zahl der Umlaufszeit auch nur eines Planeten genau bekannt ist, auf rechnerischem Wege feststellen, wie gross die Umlaufszeiten aller Planeten, die mit Bezug auf den Grundplaneten im Anziehungsfelde der Sonne existieren könnten, sind, und wo ihre Plätze wären. Dies Problem habe ich noch nicht lösen können und wir sind einstweilen immer noch auf die Beobachtung angewiesen. Die Exponenten der Grundformel machen es aber mehr wie wahrscheinlich, dass ein solches Gesetz existiert, denn wir sehen, dass hierbei einzig und allein die Exponenten der drei Faktoren des variabeln Endwertes in Frage kommen, denn das Gesetz des Kernwertes und des variabeln Mittelwertes ist ja für alle Planeten bekannt. Der Kernwert bleibt für alle Planeten, mögen sie fern von der Sonne oder nahe derselben stehen, der gleiche, nämlich $\pi^2 3^{-3}$, er ändert sich nicht. Das Gesetz der Änderung des variabeln Mittelwertes ist ein ungemein einfaches. Von der Erde ausgehend, die wir für diesen Fall als Nullpunkt oder Mittelpunkt ansehen können, ist der

Exponent des der Erde, sowohl von der Sonne weg als nach der Sonne hin, zunächst stehenden Planeten gleich 1; des zweiten gleich 2, und so weiter in der Reihe der natürlichen ganzen Zahlen, so dass, wenn jenseits des Neptun noch ein Planet stände, mit positiver Sicherheit anzunehmen ist, dass in seinen Elementen neben dem unveränderlichen Kernwert $\pi^2 3^{-3}$ der Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^7$ vorkommt, und diesem Planeten müsste zwischen Erde und Sonne ein Planet entsprechen, in dessen Elementen ebenfalls das Produkt $(\pi^2 3^{-3})\left(\frac{\pi}{4}\right)^7$ vorkommt, vorausgesetzt natürlich, dass ein solcher Planet bei seiner grossen Sonnennähe überhaupt existieren könnte. Es würde sich also nur noch darum handeln, das Gesetz der Exponenten des variabeln Endwertes festzustellen. Da wissen wir bereits mit Bezug auf die Umlaufszeit wenigstens so viel, dass für alle Planeten, die etwa noch existieren könnten, der Exponent a gleich 0 sein muss; ebenso dürfte aller Wahrscheinlichkeit nach wenigstens für alle inneren Planeten der Exponent b gleich 0 sein, aber für die äusseren Planeten ist ein bestimmtes Gesetz noch nicht nachgewiesen. Auch in bezug auf den Exponenten d ist noch nichts Sicheres bekannt, obschon anscheinend die Möglichkeit, dass diese für die äusseren Planeten um 2, für die inneren Planeten um 1 abnehmen, besteht. Ein jenseits des Neptun etwa vorhandener Planet müsste also unter allen Umständen den folgenden algebraischen Wert der kosmischen Zahl der Umlaufszeit haben.

$$U = (\pi^2 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^7 (\pi^0 3^b 2^7).$$

Die Hauptschwierigkeit läge in der Bestimmung des Wertes des Exponenten von b, von dem wir vorläufig nur sagen könnten, dass er eine negative Zahl darstellt, die entweder 6 oder grösser als 6 sein muss, deren Wert wir einstweilen nur versuchsweise bestimmen könnten. Hätten wir aber erst die Umlaufszeit ermittelt, so könnten wir mittels des 3. Keplerschen Gesetzes die Entfernung sehr leicht berechnen und aus beiden Elementen ergäben sich dann alle übrigen.

Die Hauptschwierigkeit liegt also im wesentlichen darin, von der Erde als Nullpunkt ausgehend das Gesetz der Änderung der Exponenten c und d festzustellen, da dasselbe, wenigstens in bezug auf die äusseren Planeten, nicht ganz regelmässig erscheint. Jedenfalls aber liessen sich die Werte empirisch ermitteln, denn ein jenseits der Erde stehender Planet wird unter allen Umständen eine längere, ein diesseits derselben stehender eine kürzere Umlaufszeit wie diese haben müssen. Durch sukzessives Einsetzen der ganzen Zahlen, denn die Exponenten sind anscheinend ganze Zahlen, mit der Zahl 1 beginnend, könnte man dann die Umlaufszeiten theoretisch berechnen und dann durch die Beobachtung feststellen, ob tatsächlich ein Planet, der diese Umlaufszeit besitzt, existiert oder nicht.

Wenn also dieses Problem auch noch nicht ganz gelöst ist, so ist es jedenfalls der Lösung näher gerückt.

5. Existiert ein bisher noch nicht bekannter Planet zwischen Saturn und Uranus?

Ich habe oben gezeigt, dass in der Kontinuität der Planetenreihe zwischen Sonne und Neptun zwei ganz ausgeprägte Lücken existieren, in welchen Platz für einen Planeten wäre. Die Frage entsteht nun, befinden oder befanden sich in diesen Lücken Planeten? In bezug auf die Lücke zwischen Erde und Venus wissen wir mit Sicherheit, dass sich in dieser kein Planet befindet, ob dies aber von Anfang an der Fall war, ist nicht ganz sicher, denn die Möglichkeit, dass ein ursprünglich hier vorhandener Planet seine Selbständigkeit nicht behaupten konnte, sondern von dem Nachbarplaneten gezwungen wurde, um denselben zu kreisen und als gemeinschaftliches System den Umlauf um die Sonne zu vollenden, ist nicht ganz ausgeschlossen. Anders liegen die Verhältnisse zwischen Saturn und Uranus. Bei der ungeheuren Entfernung ist durchaus nicht ausgeschlossen, dass zwischen Uranus und Saturn ein bisher noch nicht bekannter Planet existiert, der vielleicht nur von sehr geringer Grösse als sehr kleines, sehr lichtschwaches Pünktchen am Himmel erscheint. Andererseits ist natürlich auch mit der Möglichkeit zu rechnen, dass dieser Planet wohl existiert hat, jetzt aber als Mond um einen der Nachbarplaneten kreist.

Wie dem auch sein mag, es ist jedenfalls von Interesse, die Elemente, welche dieser Planet, wenn er überhaupt existiert, haben müsste, zu berechnen. Ich kann an dieser Stelle den Weg, auf welchem ich zur Berechnung derselben gelangte, nicht angeben, es genügt zu sagen, dass ich die Elemente aus der im Planetensystem nachweisbaren Gesetzmässigkeit abgeleitet habe. Es sind die algebraischen Werte der kosmischen Zahlen der Elemente, die ein Planet zwischen Saturn und Uranus haben müsste, falls ein solcher existiert, die folgenden:

Umlaufszeit	$= \pi^6 3^{-9} \cdot 2^5 = 1.5630$	$\times 10^4$	= 15 630 Tage 0 Std.
Temporalentfernung	$= \pi^5 3^{-9} \cdot 2^4 = 0.248\,759$	$\times 10^4$	= 2 487 Tage 5 Std. 9 Mi.
Absolute Entfernung	$= \pi^{-5} 3^7 \cdot 2^2 = 28.5206$	$\times 10^{11}$	= 2 858 638 Mill. Ellen
			= 18 19.864 Mill. km
Bahnlänge	$= \pi^{-4} 3^7 \cdot 2^3 = 179.613$	$\times 10^{11}$	= 17 961 300 Mill. Ellen
			= 11 434.6 Mill. km
Bahngeschwindigkeit	$= \pi^{-10} 3^{16} \cdot 2^{2} = 114.916$	$\times 10^7$	= 1149.160 Mill. Ellen
			= 0.731 580 Mill. km

Ausdrücklich möchte ich noch einmal hervorheben, dass ich durchaus nicht behaupten will, dass ein solcher Planet zwischen Saturn und Uranus existieren muss, aber dass, wenn ein solcher existiert, derselbe Elemente haben muss, welche mit den oben angegebenen Werten übereinstimmen. Wenn dieser Planet existiert, so würde derselbe dem Vulkan entsprechen, denn beide Planeten müssen in ihren Elementen das Produkt

$$\text{Kernwert} \times \text{Variabler Mittelwert} = \pi^6\, 3^{-3}\, 2^{-8} \text{ haben.}$$

6. Eine neue Hypothese über die Entstehung des Planetensystems.

In den letzten Jahren haben sich mehr und mehr Einwände gegen die Kant-Laplace sche Theorie, die wir auch als Abschleuderungstheorie bezeichnen können, erhoben, aber bisher hat niemand gewagt, dieselbe ganz zu verwerfen, zum Teil wohl darum, weil sie immer noch eine sehr bequeme Arbeitstheorie ist, die vieles zu erklären schien, aber noch wahrscheinlicher darum, weil niemand eine bessere Theorie an ihre Stelle zu setzen wusste. Es kann nicht meine Aufgabe sein, das Für und Wider die Kant-Laplacesche Theorie hier zu besprechen, ich will nur die Einwände hervorheben, die sich aus den vorliegenden Darstellungen ergeben und versuchen, ob es nicht möglich ist, eine neue Theorie aufzustellen, die mit den Tatsachen besser übereinstimmt.

Es ist eine bekannte Tatsache, dass der Entfernung der Planeten eine gewisse Gesetzmässigkeit zugrunde liegt; dafür ist die eingangs erwähnte Titius sche Tabelle der beste Beweis. Ohne diese Gesetzmässigkeit der Entfernungen und der Umlaufszeiten wäre ja das 3. Keplersche Gesetz überhaupt nicht möglich, eine Tatsache, die anscheinend bisher noch nicht genügend beachtet wurde. Jedenfalls so viel ist sicher, dass alle Versuche, die Gesetzmässigkeit zu ermitteln, in den ersten Anfängen stecken blieben, keinenfalls aber zu wissenschaftlich brauchbaren Resultaten führten.

Die vorstehenden Untersuchungen haben nun diese Gesetzmässigkeit unbedingt erwiesen. Wenn auch noch nicht in allen ihren Einzelheiten vollkommen klar, so steht doch so viel fest, dass den Entfernungen der Planeten und der hierdurch bedingten Umlaufszeit ein ganz bestimmter, harmonisch aufgebauter Plan zugrunde liegt. Diese Gesetzmässigkeit lässt sich aber schwer oder eigentlich gar nicht mit der Abschleuderungstheorie vereinigen.

Nach der Kant-Laplace'schen Theorie soll sich die Masse der Sonne einstmals bis über den Neptun hinaus erstreckt haben. Infolge der Rotation bildete sich in der Äquatorialgegend dieses Gasballes zunächst eine Erhebung, dann ein Ring, der sich später vom Mutterkörper loslöste, zusammenballte und als selbständiger Körper um den Mutterkörper rotierte. Wäre diese Theorie richtig, so bestimmte dieser zuerst gebildete Planet von vornherein die Grösse, das spezifische Gewicht, die Umlaufszeit, die Entfernung, die Bahnlänge, die Bahngeschwindigkeit, ja sogar noch die Zahl der noch später abzuschleudernden Körper, denn da diese doch alle in einem genau bestimmten gesetzmässigen Zusammenhang in bezug auf alle ihre Elemente stehen, so musste dieser gesetzmässige Zusammenhang bereits durch den Neptun, wenn dieser der älteste, zuerst abgeschleuderte Planet ist, bedingt werden. Ist es aber denkbar, dass ein, im Vergleich zur Masse der Sonne, die, wie wir nicht vergessen dürfen, nach der Kant-Laplace'schen Theorie immer noch bis zum Uranus reichte, so unbedeutendes Körperchen wie der Neptun, diese so beeinflussen sollte, dass er von vornherein die Elemente aller später noch abzuschleudernden Planeten bestimmte? Eine solche Annahme ist doch wohl nicht gut denkbar. Es bliebe, wenn die Abschleuderungstheorie zutreffend wäre, bei der unleugbar vorhandenen

Gesetzmässigkeit des Aufbaues des Planetensystems nichts anderes übrig, als das Postulat eines persönlichen Intellekts, als spiritus rector des Ganzen, der in genau bestimmten Perioden seinen Willen derart zum Ausdruck brachte, dass sich vom Gasball der Sonne eine Masse von ganz bestimmtem spezifischem Gewicht trennte. Wenn man aber einen persönlichen Intellekt, welcher der Sonne das Kommando zur Abschleuderung eines Gasballes von ganz bestimmten Eigenschaften gab, ausschaltet, dann ist nicht einzusehen, wie durch die Abschleuderung die Gesetzmässigkeit des Planetensystemes zustande gekommen ist, es sei denn, dass man zu einer andern ebenso unwahrscheinlichen Hypothese seine Zuflucht nähme, der nämlich, dass der Urgasball von Anfang her so geschichtet war, dass die einzelnen Schichten von vornherein alle die Eigenschaften besassen, welche den später aus denselben entstehenden Planeten charakterisieren. Mit dieser Annahme ist aber das, was wir über das spezifische Gewicht der Sonne wissen, unvereinbar, denn dann müssten über dem spezifisch leichteren Kern der heutigen Sonne Schichten von spezifisch grösserem Gewicht, aus denen Mars, Erde und alle inneren Planeten entstanden sind, gelegen haben. Also auch eine solche Annahme können wir von der Hand weisen.

Wenn aber Abschleuderungs- oder Schichtungstheorie nicht haltbar sind, wenn die Annahme eines persönlichen Intellekts, der seinen Willen in keinenfalls sehr vollkommener Weise zum Ausdruck brachte, auch nicht zulässig erscheint, welche Theorie können wir dann an Stelle der unhaltbaren Kant-Laplace'schen Theorie setzen?

Ich will die Theorie, die sich mir im Laufe meiner Untersuchungen aufgedrängt hat, in Form von zwei Thesen zusammenfassen:

1. Die Planeten sind nicht durch Massenabschleuderung seitens der Sonne entstanden, sondern sie müssen als kosmische Massen angesehen werden, welche durch Anziehung in das Kraftfeld der Sonne gelangt sind.

2. Im Gegensatz zur Kant-Laplace'schen Theorie, nach welcher die äusseren Planeten älter sein müssen als die inneren, sehe ich gerade umgekehrt die inneren Planeten als die ältesten, die äusseren Planeten als die jüngeren an.

Betrachten wir nun diese Thesen.

Die Kometen haben jedenfalls das gelehrt, dass kosmische Massen, die aus unbekannter Ferne in den Bereich des Kraftfeldes der Sonne gelangen, von dieser angezogen werden, und dass diese Anziehung unter Umständen so stark sein kann, dass diese Körper gezwungen sind, sich in langgestreckten Ellipsen um die Sonne zu bewegen. Jedesmal, wenn nun ein solcher Komet auf dem Wege um die Sonne wieder in deren Nähe kommt, wirkt die Anziehungskraft stärker und so wird im Laufe der Zeit die Exzentrizität dieser Ellipse immer kleiner werden, bis die Ellipse beinahe in einen Kreis übergegangen ist. Dann würde aus dem früheren Kometen ein Planet geworden sein. Dieser Planet wird aber genau die Stellung in bezug auf die Sonne einnehmen, die sein spezifisches Gewicht bedingt, und damit ist seine Entfernung, seine Umlaufszeit und alle übrigen Elemente bestimmt. Dies Gesetz würde für die erste, von einem Zentralgestirn angezogene kosmische Masse gelten. Sind aber bereits einer oder mehrere solcher Planeten im Kraftfelde des Zentralgestirnes, so muss sich, wenn durch einen noch vorhandenen Überschuss von Anziehungskraft eine neue kosmische Masse angezogen wird, dieser neue Planet in seinem Abstand vom Zentralgestirn und demgemäss seiner Umlaufszeit den bereits vorhandenen Planeten anpassen, wenn es nicht zu einem Zusammenstoss mit diesen kommen soll. Die Möglichkeit, dass wir in dem Schwarm der Asteroiden die Trümmer eines solchen Zusammenstosses erblicken können, wäre zu erwägen, obschon gerade in bezug auf diese auch noch eine andere Erklärung gegeben wird.

Wenn der Schluss, dass die Anziehung neuer kosmischer Massen von den bereits im Bereich des Kraftfeldes des Zentralgestirnes vorhandenen Planeten abhängig ist, berechtigt ist, so müssen, da mit jeder neu angezogenen Masse der Überschuss an Anziehungskraft abnimmt, die später angezogenen Massen ein immer geringeres spezifisches Gewicht haben als die bereits vorhandenen, damit sie diesem entsprechend in immer weiteren Kreisen sich ungestört um die Sonne bewegen können.

Diese Hypothese erhält eine sehr grosse Stütze durch die Tatsache, dass im grossen und ganzen das spezifische Gewicht der Planeten von innen nach aussen abnimmt, d. h. die Planeten mit höherem spezifischem Gewicht stehen in grösserer Nähe der Sonne als diejenigen mit geringerem spezifischem Gewicht. Genau ist ja das spezifische Gewicht keines Planeten bekannt, denn wir wissen ja noch nicht einmal das genaue spezifische Gewicht der Erde, aber so viel geht aus den bekannten Zahlen hervor, dass die inneren Planeten inklusive Mond ein erheblich höheres spezifisches Gewicht haben als die äusseren.

Kehren wir wieder zu den Kometen zurück. Alle, ohne Ausnahme, ob diese sich nun permanent um die Sonne bewegen oder nicht, haben sich als ganz ausserordentlich fein verteilte Materie erwiesen, sie haben also ein sehr geringes spezifisches Gewicht. Könnten wir es erleben, dass z. B. der Halley'sche Komet, wenn er nicht überhaupt vorher verpufft, bei jeder Annäherung um die Sonne seine Exzentrizität immer mehr verkleinerte, so würde derselbe höchst wahrscheinlich zuletzt als Planet von ausserordentlich geringem spezifischem Gewichte ausserhalb des Neptuns um die Sonne kreisen.

Kosmische Körper von hohem spezifischem Gewicht und grosser Masse kann die Sonne nicht mehr anziehen, dazu ist ihr etwa noch vorhandener Überschuss an Anziehungskraft zu gering. Die bereits vorhandenen Planeten verhindern dies, da sie fast die ganze Anziehungskraft der Sonne absorbieren; sie bilden also gleichsam einen Schutzgürtel um das Zentralgestirn, aber sie schützen sich auch gegenseitig, indem sie es verhindern, dass die Sonne grosse kosmische Massen von hohem spezifischem Gewicht, die dieser und den bereits vorhandenen Planeten durch einen Zusammenstoss gefährlich werden könnten, anziehen kann. Was jetzt die Sonne noch anziehen kann, sind nur Massen ausserordentlich fein verteilter Materie,

welche, wenn sie überhaupt gezwungen werden können, sich in Form von Planeten zu bewegen, ihren Platz ausserhalb der bereits vorhandenen Planeten einnehmen müssten.

Neuerdings hat Arrhenius die Ansicht vertreten, dass unser ganzes Universum, d. h. alle Weltkörper, aller Wahrscheinlichkeit nach aus der Milchstrasse entstanden sind, und wenn ich nicht irre, ist die Hypothese, dass die Planeten als kosmische Massen von der Sonne angezogen wurden, bereits von andern ausgesprochen worden. Meine Auffassung, dass die Planeten von der Sonne angezogene kosmische Massen seien, wäre also vielleicht nicht direkt neu, ganz neu aber wäre die Hypothese der gesetzmässigen Anziehung, wonach der zuerst angezogene Planet die Stellung aller späteren bedingt und dass somit die inneren Planeten die ältesten wären, die äusseren aber, je weiter ab sie von der Sonne ständen, als die jüngeren und jüngsten Planeten anzusehen wären.

Wäre diese Hypothese richtig, so könnte man sich den Vorgang der Entstehung unseres Planetensystems etwa folgendermassen denken. Die planetenlose Sonne zieht irgend eine kosmische Masse, die sich durch den Weltenraum bewegt, derartig an, dass dieselbe sich in letzter Linie in die Entfernung von der Sonne stellt, in welche sie unter Berücksichtigung ihrer Masse, ihres spezifischen Gewichtes und der Anziehungskraft der Sonne gehört. Anfangs mag diese Masse sich in einer Ellipse um die Sonne bewegt haben, die aber mehr und mehr eine Kreisform annahm. Nun mag die ursprünglich angezogene Masse entweder aus einer Gruppe von Einzelkörpern, die einen gemeinsamen Schwerpunkt hatten, bestanden haben, die sich bei der Annäherung an die Sonne in ihre Einzelteile auflöste, oder aber eine ursprünglich einheitliche Masse mag bei der Sonnenannäherung in Stücke gesprungen sein. Der Biela'sche Komet, wenn ich nicht sehr irre, hat sich vor den Augen der staunenden Welt geteilt, als er sich in Sonnennähe befand. Eine Teilung einer vorher einheitlichen Masse in verschiedene Einzelteile ist also durchaus nicht ausgeschlossen. Diese Einzelteile, die vorher ein Ganzes bildeten, haben nach der Teilung sich so in bezug auf die Sonne gestellt, dass ihre Zusammengehörigkeit immer noch unverkennbar blieb, sie bildeten eine Gruppe, deren Zusammengehörigkeit noch bemerkbar ist. Durch die Anziehung der ersten Masse wurde natürlich ein erheblicher Teil der Anziehungskraft der Sonne absorbiert und die nunmehr verringerte Anziehungskraft konnte weiterhin nur noch eine leichte Masse von geringerem spezifischem Gewicht anziehen. Diese später angezogene Masse wird aber genau den Abstand von der Sonne einnehmen, der unter Berücksichtigung ihres spezifischen Gewichtes durch die bereits vorhandenen Planeten bestimmt wird. Das heisst also, die erste von einem Zentralgestirn angezogene kosmische Masse bedingt das spezifische Gewicht und unter Berücksichtigung ihrer Masse die Entfernung der nächstfolgenden. Nun kann man sich aber vorstellen, dass die erste angezogene Masse eine solche Grösse und ein derartiges spezifisches Gewicht hatte, dass sie die ganze Anziehungskraft des Zentralgestirns absorbierte. Also neue Massen konnten nicht mehr angezogen werden, weil keine überschüssige Anziehungskraft mehr vorhanden war. Zentralgestirn und Planet bewegen sich dann um einen gemeinsamen Schwerpunkt. Wäre dies nicht vielleicht eine Erklärung der Doppelsterne? War aber die zuerst angezogene Masse im Verhältnis zu dem Zentralgestirn klein, blieb also noch ein Überschuss von Anziehungskraft vorhanden, so konnten noch weitere Massen angezogen werden und es kam zur Bildung von Planetensystemen, deren Aufbau also von zwei Bedingungen abhängt: 1. Von der Grösse der Anziehungskraft des Zentralgestirns, 2. von dem spezifischen Gewicht und der Grösse der zuerst angezogenen kosmischen Masse. Ein weiteres, unserem Sonnensystem ähnliches System könnte also im Weltall nur dann existieren, wenn diese beiden Grundbedingungen erfüllt wären. Nun ist es möglich, aber nicht sehr wahrscheinlich, dass unter den zahllosen Fixsternen noch ein zweiter existiert, der genau gleich der Sonne ist, es ist aber mehr wie unwahrscheinlich, dass dieser Zentralkörper eine kosmische Masse angezogen hat, die in allen Punkten der ersten von der Sonne angezogenen Masse gleich war. Aus diesen Fundamentalsätzen geht hervor, dass es zwar möglich wäre, dass ein unserem Sonnensystem genau gleiches System im Universum existieren könnte, dass aber diese Möglichkeit von solchen Bedingungen abhängig wäre, dass sie durchaus unwahrscheinlich ist.

In bezug auf das Sonnensystem hat sich aus der Gesetzmässigkeit der Elemente ergeben, dass die Planeten sich in drei Gruppen einteilen lassen. Gehen wir von der Annahme aus, dass jede dieser Gruppen vor ihrer Anziehung durch die Sonne, also auf dem Wege durch den Weltenraum, eine zusammengesetzte Masse bildete, die sich bei der Annäherung an die Sonne in die Einzelteile auflöste, oder, falls es eine einheitliche Masse war, zersprang, so würde sich durch diese Hypothese die ganz unzweifelhaft vorhandene Verwandtschaft der Glieder einer Gruppe erklären lassen.

Bei unserem Sonnensystem wird die Planetengruppe Erde-Venus-Merkur, wozu auch unter Umständen noch der Mond und, wenn vorhanden, der Vulkan käme, die älteste von der Sonne angezogene kosmische Masse darstellen, die bei ihrem hohen spezifischen Gewicht in die nächste Nähe der Sonne gelangte. Es ist zunächst ganz gleichgültig, wie wir uns diese Masse ursprünglich konstituiert denken, ob eine ursprünglich zusammengehörige Gruppe von Einzelkörpern oder eine einheitliche Masse. Genug, dieselbe gelangte in das Kraftfeld der Sonne, innerhalb welchem sie sich, da störende Einflüsse noch nicht vorhanden waren, so anordneten, dass ihr Abstand von der Sonne durch die Grösse ihres spezifischen Gewichtes bedingt wurde.

Die nächste von der Sonne angezogene Masse wird durch die Planetengruppe Mars-Planetoiden-Jupiter-Saturn dargestellt. Diese Gruppe, ob dieselbe nun einheitlich war oder ursprünglich einen Haufen kosmischer Einzelkörper darstellte, ist zunächst gleichgültig, stiess bereits auf gewisse Schwierigkeiten. In erster Linie waren die inneren Planeten bereits vorhanden, die Anziehungskraft der Sonne war ganz erheblich gemindert und darum musste die jüngere Gruppe bereits erheblich geringeres spezifisches Gewicht haben als die ältere. Vorläufig lässt sich noch nicht feststellen, ob die Planeten, aus welchen diese Gruppe besteht, sukzessive als Einzelmassen oder als Ganzes, als ein Haufen kosmischer Masse, angezogen

wurden. Eine ganz erhebliche Schwierigkeit machen jedenfalls die Planetoiden, die im Gesetz der Umlaufszeiten gar nicht berücksichtigt sind, da sie nach diesem Gesetz einfach nicht vorhanden sein sollten. Da sie aber trotzdem vorhanden sind, so muss ihre Existenz auf eine Störung, deren Ursache noch nicht bekannt ist, zurückzuführen sein. Aus den Daten, welche mir über ihre Umlaufszeit zur Verfügung stehen, geht unzweifelhaft hervor, dass der Exponent des variabeln Mittelwertes für die sonnennäheren derjenige des Mars, für die etwas weiter abstehenden, derjenige des Jupiter ist. Es scheint hieraus hervorzugehen, dass die Planetoiden, trotzdem dieselben eine zusammengehörige Gruppe bilden, einerseits eine nähere Beziehung zu Mars, andererseits eine solche zu Jupiter zeigen. In bezug auf ihre Entstehung könnte man die verschiedensten Theorien aufstellen, die näher zu diskutieren zwecklos scheint. Ich möchte nur die folgende Frage aufwerfen: Wäre es nicht denkbar, dass die Planetoiden ursprünglich einen Ring um den Jupiter bildeten, der sich, nachdem der Jupiter in den Bereich des Kraftfeldes der Sonne gelangt war, von diesem loslöste und als ein Schwarm selbständiger Planeten zwischen Mars und Jupiter um die Sonne rotierte? Der Abstand von der Sonne, in welchen Jupiter infolge seines bereits sehr geringen spezifischen Gewichtes zu stehen kam, war bereits so gross, dass der Schwarm von Körpern, aus welchen sein früherer Ring zusammengesetzt war, bequem Platz fand, um selbständig, aber beeinflusst von den beiden Nachbarplaneten Jupiter und Mars, um die Sonne rotieren zu können. Das Wesentliche dieser Ansicht ist das, dass im Konstitutionsplan des Planetensystemes wohl der Platz für Mars und Jupiter, nicht aber für die Planetoiden vorgeschrieben erscheint, und dass diese somit etwas Zufälliges, Nebensächliches darstellen, das nur deshalb vorhanden ist, weil der Abstand zwischen Mars und Jupiter genügend Platz für ihre Existenz gewährte.

Als nächste Masse gelangte der Saturn in das Kraftfeld der Sonne und schliesslich, als allerjüngste, die in ausserordentlich enger Beziehung zueinander stehenden Planeten Uranus und Neptun, zu welchen sich möglicherweise noch ein zwischen Saturn und Uranus stehender, bis jetzt noch unbekannter Planet gesellen könnte.

Ich bin mir wohl bewusst, dass diese Hypothese auch ihre schwachen Seiten hat, aber welche Hypothese hat dies nicht? Jedenfalls wird durch dieselbe vieles erklärt, was bisher unerklärlich war oder im Widerspruch zu der Kant-Laplace'schen Abschleuderungstheorie stand. Der Grundgedanke meiner Hypothese ist der, dass die sonnennahen Planeten älter sind als die sonnenfernen, welche als die jüngeren und jüngsten Glieder unseres Planetensystems anzusehen sind. Durch diese Hypothese wird es ohne weiteres verständlich, warum Jupiter und die anderen äusseren Planeten, die doch viel älter als die Erde sein sollten, sich in einem viel weniger entwickelten Zustande befinden als diese. Soll doch der viel ältere Jupiter sogar noch Eigenlicht haben! Ist aber der Jupiter jünger als die Erde, so fällt diese Schwierigkeit hinweg, denn es liegt kein Grund vor, warum nicht ein Planet, der dann jedenfalls erheblich jünger ist wie die Erde, noch eigenes Licht ausstrahlen sollte.

Weiter erklären sich, wenn diese Hypothese begründet ist, die ganz unleugbar vorhandenen Diskordanzen zwischen den einzelnen Planetengruppen. Eine solche Diskordanz existiert jedenfalls zwischen Erde und Mars, ebenso wie zwischen Jupiter und Uranus. Es sind eben diese Diskordanzen, welche die Gruppeneinteilung bedingen. Fand die Entstehung unseres Planetensystems in der hier geschilderten Weise statt, so musste eine neue Masse sich den Bedingungen der bereits vorhandenen anpassen, ohne aber ihre Eigenart vollkommen zu verlieren. Ein Glied der neuen Masse, das physikalisch am meisten hierzu geeignet war, bildete dann das Bindeglied zwischen alter und neuer Masse. Es gehört zu der neuen Masse, schliesst sich aber doch in gewissen Beziehungen der älteren Masse an; auf diese Weise passte sich die Umlaufszeit der jüngeren Gruppe jener der älteren an, wobei aber immer noch deutlich zu erkennen blieb, dass es sich um ein ganz neues Glied handelt.

Das ist in kurzen Zügen die Hypothese, die ich auf Grund der Gesetzmässigkeit der Umlaufszeiten der Planeten aufstelle; ihre Hauptstütze ist der unleugbare, harmonische Aufbau der kosmischen Zahlen, welche die Umlaufszeiten darstellen. Die Gesetzmässigkeit der Umlaufszeiten resp. der Abstände der Planeten von der Sonne lässt sich durch die Abschleuderungstheorie nicht erklären, es sei denn, dass man einer höheren Intelligenz, deren Wille das Ganze regulierte, die oberste Kontrolle zuerkennt. Will jemand diese persönliche Schöpferkraft als den Urquell ansehen, aus dem heraus alles entsprungen ist, die der Sonne befahl, in bestimmten Zeiten ganz bestimmte Massen abzustossen, die eine bestimmte Grösse und ein bestimmtes spezifisches Gewicht hatten, damit sie sich in ganz bestimmten Abständen von der Sonne in einer vorher bestimmten Zeit, die zu allen früher abgestossenen oder später noch abzustossenden Körpern in ganz bestimmtem Verhältnis steht, bewegten, so werden ihm diese Darlegungen Material genug liefern, seine Ansicht zu verteidigen. Ich aber, der ich diese Ansicht nicht teilen kann, muss eine andere Erklärung der Gesetzmässigkeit finden, durch welche diese ohne Inanspruchnahme eines höheren Intellekts erklärt wird. Diese Erklärung habe ich in der hier aufgestellten Theorie gefunden. Es ist in hohem Grade wahrscheinlich, dass unser ganzer Gottgedanke in letzter Linie auf die Erkenntnis des gesetzmässigen Aufbaues des Planetensystems zurückzuführen ist, denn dass dieser den ägyptischen Mathematikern ebenso gut, vielleicht noch viel besser wie mir, bekannt war, steht wohl ausser allem Zweifel. Ebenso wie ich werden diese Männer die Existenz eines Intellekts, sagen wir eines persönlichen Gottes, welcher das Ganze schuf, in Betracht gezogen und erwogen haben. Eine solche Annahme lag um so näher für dieselben, da sie jedenfalls durch keine andere Hypothese gebunden waren und die von ihnen erkannte Gesetzmässigkeit als den Ausdruck des Willens einer höheren Intelligenz, eines persönlichen Gottes, ansehen konnten. Wie eng der Gottgedanke mit der Gesetzmässigkeit des Weltalles verbunden ist, werden wir später bei der Besprechung der Atomgewichte sehen.

Zum Schlusse möchte ich noch eines erwähnen. Ist meine Hypothese bezüglich des Alters der Planeten richtig, dann sind alle die Träume über

die Marsbewohner, welche seit Jahren die Köpfe vieler Menschen verdreht haben, eitel Rauch und Dunst. Der Mars ist dann nicht mehr ein älteres Kind der Sonne, auf welchem alles viel weiter fortgeschritten ist wie auf unserer Erde, auf dem intelligentere Wesen als bei uns wohnen, auf dem eine höhere Kultur herrscht als bei uns, wie uns ja in vielen, mehr geistreichen als wissenschaftlichen, Büchern geschildert wurde, sondern ein Planet, der später von der Sonne angezogen wurde als die Erde und darum als Planet betrachtet jünger ist als diese. Dann wären gerade umgekehrt die Verhältnisse auf unserem Planeten weiter fortgeschritten als auf dem Mars, und selbst, wenn trotzdem auf dem Mars intelligente Wesen existieren würden, so könnten wir als absolut sicher annehmen, dass diese von uns Menschen so verschieden wären, dass ein Verkehr vollkommen ausgeschlossen wäre. Man mag sich zu der von mir vertretenen Hypothese über das Planetensystem stellen wie man will, man mag sie annehmen oder ablehnen, aber man wird jedenfalls das zugeben müssen, dass sie in bezug auf den Mars ganz neue Gesichtspunkte aufstellt, die wenigstens so viel beweisen, dass die Theorien über die Marsbewohner und ihre höhere Kultur mit der Annahme von dem grösseren Alter des Mars stehen und fallen. Ist der Mars jünger wie die Erde, und dass er es ist, ist für mich nicht länger zweifelhaft, dann sind die Marsbewohner mit ihrer höheren Kultur ein für allemal erledigt und man kann getrost eine andere Erklärung für die geheimnisvollen elektrischen Signale, welche gerade wieder in jüngster Zeit aufgetaucht sein sollen, suchen.

Achter Abschnitt:

Die Atomgewichte.

I. Allgemeines.

Nehmen wir an, wir hätten die fortlaufende Zahlenreihe von 1 bis 238 und aus diesen Zahlen sollten wir nicht nur diejenigen bestimmen, welche die Atomgewichte der Elemente darstellen, sondern auch den Nachweis führen, dass die so bestimmten Zahlen in einem gesetzmässigen Zusammenhange ständen, so würde man eine solche Aufgabe für unlösbar halten. In gewissem Sinne ist sie es auch, denn wir können nicht so ohne weiteres sagen, diese oder jene Zahl ist das Atomgewicht dieses oder jenes Elementes, das wäre ja eine Art Wahrsagung, sondern wir müssen von vornherein gewisse Grundlagen besitzen, die uns diesen Schluss erlauben. Diese Grundlagen sind durch Beobachtung und Experiment geschaffen, es handelt sich also nur darum, den Zusammenhang der empirisch gefundenen Zahlen zu ermitteln, um deren rationelle Ableitung auf Grund eines noch näher zu bestimmenden Gesetzes aus einem Urwert zu erweisen.

Können wir nun die Zahlen[1]) innerhalb der Grenzen 144 bis 238 so zerlegen, dass die erhaltenen Werte nicht nur mit den Atomgewichten bestimmter Elemente übereinstimmen, sondern auch, dass die auf diese Weise erhaltenen Werte in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen und eine den Eigenschaften der Elemente entsprechende gesetzmässige Reihenfolge zeigen? Das ist an sich schon eine ganz gewaltige Aufgabe, deren Lösung recht schwierig ist, die aber besonders noch dadurch erschwert wird, dass die grosse Mehrzahl der, als Atomgewichte angenommenen Zahlen recht ungenau sind. Es hat sich, wenn ich nicht irre, mehr und mehr die Auffassung, dass die Atomgewichte, nicht wie man früher wollte, durch einfache ganze Zahlen dargestellt werden können, sondern dass diese ganzen Zahlen noch mit einem Dezimalbruch verbunden sind, dessen genaue Bestimmung allerdings ungemein schwierig ist, durchgerungen. Ist dies aber der Fall, dann entsteht die schwerwiegende Frage, warum werden die Atomgewichte nicht durch einfache ganze, sondern durch irrationale Zahlen dargestellt? Die nachfolgenden Darlegungen sollen einen Versuch zur Lösung dieser Frage bringen, aber ich möchte von vornherein bemerken, dass die berechneten Werte von der dritten Dezimale nicht ganz genau sein dürften. Diese Fehler werden bedingt einerseits durch die Zweifel in bezug auf den

[1]) Ich möchte hier auf die auffallende Übereinstimmung der Zahl 238 mit dem Wert $\pi 3^{-3.2} \times 10^3 = 237.10$ hinweisen.

genauen Wert der Atomgewichte, andererseits durch die Ungenauigkeit des logarithmischen Rechnens. Es kommt aber nicht darauf an, ob auch die Tausendstel, selbst die Hundertstel der errechneten Werte übereinstimmen, die ganzen Zahlen stimmen immer, die Zehntel in den meisten Fällen überein, sondern darauf, dass das Prinzip an sich richtig ist. Die etwaigen Fehler lassen sich späterhin immer noch ausmerzen, vorausgesetzt, dass das Prinzip für richtig erkannt worden ist.

Multiplizieren wir einmal die Zahl 238, welche allgemein als das Atomgewicht des Urans gilt, mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.616\,850\,275\,086\,071\ldots$ Ja, wird man sofort einwenden, warum gerade mit diesem und nicht mit einem anderen Werte? Die Antwort auf diese Frage findet sich im Abschnitt, der über das Gesetz des Goldenen Schnittes handelt, in welchem ich nachwies, dass der Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ dem Koeffizienten, mit dem man eine Grösse multiplizieren muss, um dieselbe nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes zu teilen, ungemein nahe kommt. Man wird auf diese Weise zwei Werte, einen grösseren und einen kleineren, erhalten, ebenso wie wenn wir die Zahl 238 nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes zerlegt hätten. Den grösseren Wert multiplizieren wir wiederum mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ usw. und erhalten dann die folgende Reihe:

1. $238 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 146.81$ (61?)
2. $146.81 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 90.56$ (*Zr*)
3. $90.56 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 55.862$ (*Fe*)
4. $55.862 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 34.698$
5. $34.698 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 21.255$
6. $21.255 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 10.418$
7. $10.418 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 6.421\,8$
8. $6.421\,8 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 3.962\,9 \times 10 = 39.629$ (*K*)
9. $3.962\,9 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 1.941\,7 \times 10 = 19.417$ (*F*)

10. $1.941\,7 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 1.197\,7 \times 10 = 11.977$ (*C*)
11. $1.197\,7 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.738\,83 \times 10^2 = 73.883$ (*Ge*?)
12. $0.738\,83 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.455\,75 \times 10^2 = 45.575$ (*Sc*)?
13. $0.455\,75 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.281\,13 \times 10^2 = 28.113$ (*Si*)
14. $0.281\,13 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.171\,43$
15. $0.171\,43 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0.106\,97$.

Lassen wir den Wert 146.81, den wir erhalten, wenn wir die Zahl 238 mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ multiplizieren, für den Augenblick ausser Betracht, und sehen uns den Wert an, der durch Multiplikation von 238 mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^4$ erhalten wird. Der so erhaltene Wert ist 90.56; das Atomgewicht des Zirkons wird aber mit 90.6 angegeben. Multiplizieren wir den Wert 238 mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^6$ oder den Wert 90.6 mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$, so erhalten wir den Wert 55.862; das Atomgewicht des Eisens ist aber 55.84, d. h. der Wert $238 \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^6$ ist nur um 0.022 grösser als das Atomgewicht des Eisens. Nun bestehen aber gewisse chemische Beziehungen zwischen Zirkon und Eisen, deren Ursache bisher noch nicht ergründet ist!

Wenn wir in der Reihe weiter fahren, so finden wir, dass die nächsten vier Werte nicht auf Atomgewichte von irgend welchen Elementen zu beziehen sind, erst an der 8. Stelle, d. h. wenn wir 238 mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{16}$ multiplizieren, erscheint ein Wert, der bekannt vorkommt; allerdings ist dieser Wert zunächst noch einmal mit 10 zu multiplizieren; wir erhalten dann den Wert 39.629, das Atomgewicht des Kaliums ist aber 39.10; der nächstfolgende Wert gibt 19.417; das Atomgewicht des Fluor ist 19.1; die nächstfolgenden Werte kommen den Atomgewichten der Elemente Kohlenstoff, Germanium, Scandium und Silicium sehr nahe, namentlich ist der Wert, welchen man erhält, wenn man die Zahl 238 mit $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{13}$ multipliziert, mit dem Atomgewicht des Siliciums, das als 28.3 angegeben wird, sehr übereinstimmend.

Das ist sicherlich sehr merkwürdig; noch merkwürdiger ist aber der erste Wert, den wir aus der Multiplikation des Atomgewichtes des Urans

mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ erhalten. Dieser Wert 146.81 stimmt allerdings mit keinem der Atomgewichte der bekannten Elemente überein, aber im System steht er an der Stelle, wo zwischen Neodym und Samarium das unbekannte Element **61** steht. Wir könnten also die folgende Tabelle der Beziehungen der Atomgewichte der Elemente Uran **61**, Zirkon und Eisen zueinander aufstellen.

Name	Atomgewicht	Konstante	Theoretisch berechnetes Atomgewicht	Angenommenes Atomgewicht
92) Uran	238	$\times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 =$	146.61	**61)** noch nicht festgestellt
61) —	146.61	$\times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 =$	90.56	$Zr = 90.6$
40) Zirkon	90.56	$\times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 =$	55.862	$Fe = 55.84$

Wir können diese Beziehungen auch folgendermassen in Reihenform schreiben:

92) U
238
|
61) —
146.61
|
40) Zr
90.56
|
26) Fe
55.862

Nun können wir uns die Zahl 238 aber wiederum aus einer grösseren Zahl durch Teilung mit dem Werte $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ entstanden denken, wir können also die Reihe beiderseitig beliebig verlängern und erhalten auf diese Weise eine Reihe von Zahlen, die entweder direkt nach Multiplikation mit positiven oder negativen Potenzen von 10, oder nach Multiplikation mit 2 oder 3 solche Werte ergeben, die mit Atomgewichten übereinstimmen. So erhalten wir einen höheren Wert 1014.0, der mit 10^{-1} multipliziert, das Atomgewicht des Rutheniums, das mit 101.7 angegeben wird, darstellt, oder aber 18 406, das mit 10^{-2} multipliziert das Atomgewicht des Wolframs 184.06 genau angibt.

Diese Tatsache legt den Gedanken an die Existenz einer Zahl, aus der sich durch Teilung mit dem Werte $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ die Atomgewichte aller Elemente

ableiten lassen, ungemein nahe. Es wird dies irgend eine kosmische Zahl, deren Wert noch näher zu bestimmen ist, sein.

Das nächste Element ist **91)** Brevium, früher mit UX bezeichnet, dessen Atomgewicht nach meiner ursprünglichen Quelle mit 234 angegeben wird, nach Gratz aber 233.4 beträgt. Zerlegt man den Wert 234 wiederum in der gleichen Weise, so erhält man die Reihe

91) Brevium
234
|
60) Neodym
144.3
|
39) Yttrium
89.038
|
25) Mangan
54.923

Stellen wir die beiden Reihen nebeneinander, so erhalten wir folgende Tabelle:

92) U					**91)** Br	
238	237	236	235	234		
61)					**60)** Nd	
146.81					144.34	
40) Zr					**39)** Y	
90.56					89.038	
26) Fe					**25)** Mn	
55.862					54.923.	

Aus diesen beiden Reihen ergibt sich eine sehr merkwürdige Proportionsgleichung; es verhält sich das Atomgewicht von

Uran : Brevium = **61** : Neodym
Zirkon : Yttrium = Eisen : Mangan.

Mit andern Worten, es ist das Produkt der Atomgewichte

Uran × Neodym = Brevium × **61**
oder Zirkon × Mangan = Yttrium × Eisen
oder Uran × Mangan = Brevium × Eisen
oder **61** × Yttrium = Zirkon × Neodym.

Auf diese eigenartigen Produkte, die meines Wissens noch nicht bekannt sind und auf bisher noch nicht bekannte Beziehungen der das Produkt bildenden Elemente hinweisen, werde ich später zu sprechen kommen.

Zerlegt man das Atomgewicht des Thoriums 232 in der gleichen Weise, so erhalten wir die Reihe:

90) Thorium
232
|
59) Praseodym
143.10
|
88.277
|
54.453.

Die Zerlegung des Atomgewichtes des Thoriums ergibt nun einen Wert, der dem eines bekannten Elementes nahe kommt, nämlich dem an 59. Stelle stehenden Praseodym, dessen Atomgewicht allerdings mit 140.6 angegeben wird. Es wäre also mit der Möglichkeit zu rechnen, dass entweder das Atomgewicht des Thoriums etwas zu hoch oder das des Praseodyms etwas zu niedrig angesetzt ist. Als nächste Reihe erhalten wir die aus der Zerlegung des Atomgewichtes des Actiniums hervorgehenden Werte; wir haben

89) Actinium
230
|
58) Cer
141. 55
|
38) Strontium
87.516

Würden wir in dieser Reihe von dem mit 87.63 angenommenen Atomgewichte des Strontiums rückwärtsgehend das Atomgewicht des Actiniums berechnen, würden wir also das Atomgewicht des Strontiums als den genaueren Wert ansehen, so ergäbe sich der Wert von 230.03 als das Atomgewicht des Actiniums; natürlich können wir rückwärts vom Atomgewichte des Eisens, des Urans, oder vom Atomgewichte des Mangans das des Breviums berechnen, wenn wir Grund zur Annahme haben, dass das Atomgewicht des Eisens resp. des Mangans genauer bestimmt ist als das des Urans oder Breviums.

Wir können nun die obigen vier Reihen wiederum in einer Tabelle zusammenstellen; wir erhalten dann:

Zerlegung der Atomgewichte des Urans, Breviums, Thoriums und Actiniums.

238	237	236	235	234	233	232	231	230
92) *U*				**91)** *Br*		**90)** *Th*		**89)** *Ac*
238				234		232		230
61) —				**60)** *Nd*		**59)** *Pr*		**58)** *Ce*
146.81				144.34		143.1		141.8
40) *Zr*				**39)** *Y*		88.277		—
90.56				89.038		—		—
26) *Fe*				**25)** *Mn*		—		—
55.862				54.923		—		—

Aus diesen Reihen ergaben sich nun die folgenden eigenartigen Beziehungen; es ist das Produkt der Atomgewichte der Elemente

Uran × Mangan	= 13071 =	kosm. Zahl des Atomgewicht.	des **54)** Xenon = 130.2
Uran × Yttrium	= 21191 =	„ „ „ „	des **85)** noch nicht bekannt.
Uran × Neodym	= 34354 =	„ „ „ „	des **17)** Chlor(?) = 35.46
Neodym × Zirkon	= 130.71 =	„ „ „ „	des **54)** Xenon = 130.2
Zirkon × Mangan	= 49737 =	„ „ „ „	**23)** Vanadiums = 51.0 (?)
Actinium × Mangan	= 12649 =	„ „ „ „	des **53)** Jod = 126.92
Actinium × Yttrium	= 20505 =	„ „ „ „	des **10)** Neon = 20.2
Strontium × Neodym	= 12767 =	„ „ „ „	des **52)** Tellur = 127.5
Strontium × Mangan	= 48129 =	„ „ „ „	des **22)** Titan = 48.1.

Ausser den oben angeführten Produkten lassen sich noch eine Zahl anderer bilden, die jedesmal das Atomgewicht eines andern Elementes darstellen und somit kann man wohl die Frage aufwerfen: Welche Beziehungen bestehen zwischen diesen Elementen? Denn die Produkte ergeben sich ganz unabhängig von Zerlegungen durch den Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$, wie ein Beispiel zeigt. Multipliziert man das Atomgewicht des Urans mit dem des Mangan, so erhält man den Wert 13 073.34, der mit 10^{-2} multipliziert den Wert 130.7334 ergibt; das Atomgewicht des seltenen Neon ist aber mit 130.2

angesetzt. Die nächsten Reihen erhalten wir aus der Zerlegung der Atomgewichte des 88) Radiums, der 86) Emanation und des 84) Poloniums, zwischen welchen die Atomgewichte der noch unbekannten Elemente 87) und 85) liegen müssen; es folgen dann die Atomgewichte von Wismut, Blei und Thallium.

Die Zerlegung des Atomgewichtes des Radiums gibt glatt das Atomgewicht des Lanthans; aus diesem erhalten wir die des Rubidiums mit 85.933, während das angenommene Atomgewicht 85.95 beträgt, also eine sehr geringfügige Differenz.

Bei der Zerlegung der nächsten bekannten Atomgewichte ergeben sich jedoch gewisse Differenzen, so dass man mir den Vorwurf machen könnte, ich habe für die Atomgewichte die Werte so angenommen, dass sie mit meiner Theorie übereinstimmten. Dies ist aber durchaus nicht der Fall. Im System der Elemente steht links von Radium das unbekannte Element 87), dann folgt mit 86) die Radiumemanation; 85) ist wiederum ein unbekanntes Element und 84) ist das Polonium. Das sind, wie man zugeben wird, soweit sie überhaupt bekannt sind, noch sehr wenig genau erforschte, seltene Elemente, so dass also Irrtümer in der Annahme ihres Atomgewichtes nicht ganz ausgeschlossen sein könnten.

Nun hat meine bisherige Untersuchung gelehrt, dass die erste Zerlegung der Atomgewichte der fünf höchsten Elemente, nämlich Uran, Brevium, Thorium, Actinium, Radium, die Atomgewichte von Elementen ergibt, welche in der 7. (drittuntersten) Reihe stehend mit dem unbekannten Elemente 61) beginnen und bis zu Lanthan reichen, und eine weitere Zerlegung führt zu den Atomgewichten von Elementen der 5. Reihe von oben, die mit Zirkon beginnen und bis zu 37) Rubidium reichen. Wir sehen also, genau so wie die Atomgewichte der Elemente der untersten Reihe von rechts nach links aufeinander folgen, ebenso folgen sich die Atomgewichte der 7. und der 5. Reihe.

Zerlegt man nun das Atomgewicht der Radiumemanation, das mit 222.0 (223.0) angenommen wird, so ergibt sich das Atomgewicht des 56) Bariums, das in der Reihe unmittelbar links von 57) Lanthan steht. Dann ist aber zwischen 57) Lanthan und 56) Barium kein Platz vorhanden für ein Element, das aus der Zerlegung des Atomgewichtes des noch unbekannten Elementes 87) hervorgeht, also entweder würde dies nicht existieren oder man müsste das Atomgewicht der Emanation niedriger ansetzen. Die erstere Möglichkeit scheint ausgeschlossen, es bleibt also nur die zweite, aus welcher folgen würde, dass das Atomgewicht der 86) Emanation mit 222.0 oder gar 223.0 zu hoch angesetzt ist.

Geht man nun von dem 56) Barium als bekanntem Element aus, so würde aus den bisherigen Erfahrungen folgen, dass dasselbe aus der Teilung des Atomgewichtes des unbekannten Elementes 87) durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ erhalten wird. Unter dieser Annahme berechnet sich das Atomgewicht des unbekannten Elementes 87) zu 222.695. Weiter folgt, dass die Zerlegung des Atomgewichtes von 86) Radium Emanation, auf die des 55) Caesium, diese auf 36) Krypton und diese wieder auf 23) Vanadium hinführt. Wenn

wir nun das Atomgewicht des Caesiums mit 132.81 ansetzen, so ergibt sich einerseits das Atomgewicht von 86) Radium Emanation zu 215.303, andererseits das des Kryptons zu 81.2379, ein Atomgewicht, das von dem angenommenen Atomgewicht 82.92 ganz erheblich abweichen würde. Aus der Zerlegung des Atomgewichtes des Kryptons müsste die des Vanadiums hervorgehen, welche dann 49.692 sein würde, während das angenommene Atomgewicht 51.0 ist. Geht man von dem Atomgewicht des Vanadiums mit 51.0, das als richtig angenommen wird, aus, so ergibt sich als nächster Wert das Atomgewicht des Kryptons mit 82.668, ein Wert, der recht gut mit dem angenommenen Atomgewicht 82.92 übereinstimmt. Allerdings wird dann das Atomgewicht des Caesiums erheblich höher, nämlich 134.4, und man könnte darum auf die Vermutung kommen, dass das Caesium nicht in diese, sondern in die nächste Reihe gehört. Als Atomgewicht für Radium Emanation würde sich dann der Wert 217.260 ergeben. Gehen wir von dem Atomgewicht des Kryptons, nämlich 82.92, als richtig aus, so ergibt sich das Atomgewicht der Emanation zu 217.921, das des Vanadiums wird allerdings dann etwas niedriger, nämlich 50.721. Wir erhalten also die folgenden Werte für die Atomgewichte der Radium Emanation, ausgehend von der Voraussetzung, dass die unterstrichenen Atomgewichte richtig sind:

Radium Emanation ..	215.303	217.260	217.921
Caesium	132.81	134.01	134.42
Krypton	81.237	82.668	82.92
Vanadium	49.692	51.0	50.721

Nun ist aber wahrscheinlich der aus dem Atomgewicht des Caesiums abgeleitete Wert für das Atomgewicht der Emanation zu niedrig, denn die nächstfolgenden Werte für die Atomgewichte des Kryptons und Vanadiums sind jedenfalls zu niedrig, so dass man zu dem Schluss kommt, dass das Atomgewicht dieser beiden Elemente aus der Zerlegung eines Atomgewichtes, das grösser als 215.303 ist, entstanden sein müssen. Da aber dann der aus der ersten Zerlegung hervorgehende Wert 134.01 resp. 134.42 für das Atomgewicht des Caesiums wieder zu hoch ist, so dürfte hieraus zu folgern sein, dass das Caesium nicht in die Reihe der Radium Emanation gehört, sondern aus der Zerlegung eines Atomgewichtes, das niedriger als das der Emanation ist, erhalten wird. Mit andern Worten, die Zerlegung des Atomgewichtes der Emanation führt nicht auf die des Caesiums, sondern dieses wird übersprungen, obschon die weitere Zerlegung auf die Atomgewichte des Kryptons und des Vanadiums führt. Nach einigen Versuchen habe ich gefunden, dass die besten Werte für die Atomgewichte von Krypton und Vanadium erhalten werden, wenn man das Atomgewicht der Emanation mit 216.99 ansetzt, da dieser Wert, wie ich vorgreifend bemerken möchte, $\pi^{-7}\,2^{6}$ geschrieben werden kann.

Nun folgt weiter, dass das Atomgewicht des Caesiums aus dem der Zerlegung eines Wertes, der nicht weniger als 215.303 sein darf, hervorgeht, vorausgesetzt, dass das Atomgewicht des Caesiums mit 132.81 richtig ist.

Es haben nun weitere Zerlegungen zur Annahme geführt, dass das Atomgewicht des Caesiums aus der Zerlegung des Wertes 214.16 entsteht, aus welchem als erster Wert die Zahl 132.10, d. h. das Atomgewicht des Caesiums hervorgeht. Eine weitere Zerlegung führt dann schliesslich zu den Atomgewichten des Phosphors und des Fluors. Hieraus würde folgen, dass das Atomgewicht des unbekannten Elementes 85) den Wert 214.16 haben würde. Der algebraische Wert wird $\pi^{-5} 2^{16}$.

Als nächstes Element folgt 84) Polonium, dessen Atomgewicht mit 210 angesetzt wird. Gehen wir rückschliessend von dem des 54) Xenons mit 130.2 aus, so berechnet sich das Atomgewicht des Poloniums auf 211.072; wir werden später sehen, dass dieser Wert $\pi^{-3} 2^{16}$ geschrieben werden kann und dass aus diesem Wert sich das Atomgewicht des Xenons zu 130.37 berechnet.

Es hat an dieser Stelle keinen Zweck, die Zerlegung der folgenden Elemente mit hohem Atomgewicht eingehender zu besprechen, dies wird in meinem späteren Werke auseinandergesetzt werden. Die angeführten Beispiele genügen, um den Leser vertraut mit meiner Methode zu machen. Führt man die Berechnung vollständig durch, so ergibt sich, dass, wenn man die Atomgewichte der 31 Elemente von 92) Uran bis 62) Samarium der Reihe nach durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ dividiert, oder, was dasselbe ist, die Atomgewichte dieser Elemente mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ multipliziert, die Atomgewichte aller übrigen Elemente erhalten werden. Erinnern wir uns daran, dass der Wert $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ derjenige ist, der dem Koeffizienten des Goldenen Schnittes fast gleich kommt, so dass also eine Multiplikation mit diesem Werte eine Teilung einer Grösse ergibt, die eine Teilung nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes vortäuscht.

Die auf diese Weise erhaltenen Reihen sind in einer Tabelle zusammengestellt, die in meinem grösseren Werke gebracht wird, zu der ich hier nur folgendes bemerken möchte. In der obersten Horizontalreihe stehen fortlaufend die Zahlen von 238 bis 137. Unter diese Zahlen habe ich die Symbole der Elemente, deren Atomgewicht einer dieser Zahlen entspricht, geschrieben. Es steht also unter 238 das Symbol *U* mit der Ordnungszahl 92). Der zunächst unter diesem Symbol stehende Wert drückt diejenige Zahl aus, welche man durch sukzessive Teilung der Zahl der ersten Horizontalreihe mit dem Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ erhält und der darunter stehende Wert das Atomgewicht, welches für dieses Element angenommen wird. Es bedeutet also z. B.:

49) *Zr*
90.560
90.6.

Der durch Teilung der Zahl 146.47, welche als das Atomgewicht des unbekannten Elementes 61) anzusehen ist, durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ hervorgehende Wert 90.560 ergibt das Atomgewicht des Zirkons, das mit 90.6 angenommen wird.

Weiter sehen wir, was ja eigentlich selbstverständlich wird, dass, wenn wir in der ersten Horizontalreihe auf die Zahl 146 kommen, diese Zahl auf den in der zweiten Horizontalreihe an erster Stelle stehenden Wert 146.47 zurückweist, der, wie wir uns erinnern, aus der erstmaligen Zerlegung der Zahl 238 hervorgegangen ist; es folgen dann die Werte bis zu 90.560, welche Zahl ja aus der Teilung der Zahl 238 durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)$ oder der Zahl 146.47 durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ hervorgegangen ist. Einen ähnlichen Wert würden wir natürlich erhalten, wenn wir die Zahl 90 der ersten Horizontalreihe durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ zerlegen würden.

II. Darstellung der Atomgewichte durch algebraische Werte.

Wenn es möglich ist, die Atomgewichte so durch den Wert $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ zu zerlegen, dass das Resultat das Atomgewicht eines andern Elementes oft bis auf Hundertstel genau darstellt, so müssen diese Werte selbst durch die Zahl π oder einen aliquoten Teil derselben, wie $\left(\frac{2}{\pi}\right)$ oder $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ darstellbar sein. Von dieser Voraussetzung ausgehend habe ich die Werte der Reihe

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^1 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{2}{\pi}\right)^3 \cdots\cdots \left(\frac{2}{\pi}\right)^m$$

gebildet und gefunden, dass in vielen Fällen die Werte dieser Reihe mit den Atomgewichten von Elementen ausserordentlich genau übereinstimmten. Fand ich einen Wert, der genau genug war, so konnte ich durch Teilung mit dem Werte $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ resp. Multiplikation mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ weitere Werte bestimmen und da ergab sich denn, dass die in einer Vertikalreihe stehenden Werte von den in der Reihe rechts oder links davon stehenden Werten um den Wert π^2 resp. dessen reziproken Wert $\left(\frac{1}{\pi}\right)^2$ verschieden sind.

Konnte ich also das Atomgewicht auch nur eines Elementes durch eine Potenz von $\left(\frac{2}{\pi}\right)$ resp. $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ genau ausdrücken, so war es ein leichtes,

mit Hilfe der Konstanz der Produkte die Atomgewichte aller übrigen zu einer Gruppe gehörenden Elemente zu berechnen und durch einen algebraischen Wert auszudrücken.

Auf diese Weise entstand eine weitere Tabelle,[1]) zu deren Erläuterung folgendes gesagt sein mag. In der ersten Horizontalreihe stehen wiederum die Zahlen von 238 bis etwa 137. Unter einer Zahl steht das Symbol des dieser Zahl entsprechenden Elementes nebst seiner Ordnungszahl, darunter steht in Bruchform der algebraische Wert, dessen Zahlenwert nach Multiplikation mit der entsprechenden Potenz von 10 darunter geschrieben ist. Die algebraischen Werte sind also nichts anderes als kosmische Zahlen.

Nun wird man aber sofort finden, dass die algebraischen Werte nicht immer ganz genau mit den Werten übereinstimmen, welche für die Atomgewichte angesetzt werden. So ist z. B. der algebraische Wert der kosmischen Zahl, welche das Atomgewicht des Urans ausdrückt, gleich $\left(\frac{2^{26}}{\pi^{17}}\right) = \pi^{-17}\, 2^{26} = 237.264$, während das Atomgewicht des Urans mit 238 oder gar mit 238.5 angegeben wird. Diese Abweichungen kommen vielfach vor, am schlimmsten in der Blei-Thallium-Gruppe, wodurch der Gedanke nahegelegt wird, dass vielleicht die Atomgewichte dieser Gruppe nicht ganz richtig sind. Man wird mir vielleicht einwenden, dass ich als Laie nicht das Recht besitze, an den durch Fachmänner bestimmten Werten Kritik zu üben. Das ist auch gar nicht meine Absicht, denn dazu halte ich mich nicht für kompetent. Ich will hier nur zeigen, dass es gewisse algebraische Werte gibt, welche die Zahlen der Atomgewichte der Elemente mit einer erstaunlichen Genauigkeit darstellen. Das wäre ja nicht besonders merkwürdig, das merkwürdige Ergebnis liegt darin, dass die algebraischen Werte bestimmter, durch Verwandtschaft zusammengehöriger Elemente in ganz bestimmtem Verhältnis zueinander stehen, mit andern Worten, in gesetzmässiger Weise auseinander abgeleitet werden können.

Inwieweit meine Ausführungen das Richtige treffen, vermag ich nicht zu beurteilen, umso weniger, als mir jede Möglichkeit, den Grad der Genauigkeit der angenommenen Atomgewichte zu beurteilen, fehlt.

III. Einteilung in Klassen.

Es scheint mir nun, dass sich die Elemente auf Grund der algebraischen Werte ihrer Atomgewichte in 9 Klassen, welche aus einer verschiedenen Anzahl von Gruppen bestehen, teilen lassen. Die algebraischen Werte der zu einer Klasse gehörenden Elemente haben einen gemeinsamen Grundwert, der natürlich bei den verschiedenen Klassen verschieden ist.

Jede Gruppe stellt die algebraischen Werte der in einer Vertikalreihe stehenden Elemente dar, während die Klasse eine Anzahl solcher Vertikalreihen einschliesst. Wir haben also:

[1]) Auch diese Tabelle wird in meinem grösseren Werk gebracht werden.

I. Klasse: Grundwert $\pi^{-17}\, 2^{26}$

Enthält 22 Elemente, die sich in sechs Gruppen gliedern, nämlich

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe	4. Gruppe
1. Reihe	92) Uran	91) Brevium	90) Thorium	89) Actinium
2. Reihe	61) —	60) Neodym	59) Cer	58) Praseodym
3. Reihe	40) Zirkon	39) Yttrium	38) Strontium	—
4. Reihe	26) Eisen	25) Mangan	—	—
5. Reihe	—	—	—	—
6. Reihe	—	—	—	10) Neon
7. Reihe	—	—	—	—

	5. Gruppe	6. Gruppe
1. Reihe	88) Radium	87) —
2. Reihe	57) Lanthan	56) Barium
3. Reihe	37) Rubidium	—
4. Reihe	—	24) Chrom
5. Reihe	—	16) Schwefel
6. Reihe	—	—
7. Reihe	—	6) Kohlenstoff

II. Klasse: Grundwert $\pi^{-7}\, 2^{16}$

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe	4. Gruppe
1. Reihe	86) Emanation	85) —	84) Polonium	83) Wismut
2. Reihe	—	55) Caesium	54) Xenon	53) Jod (?)
3. Reihe	36) Krypton	—	35) Brom	34) Selen
4. Reihe	23) Vanadium	—	—	—
5. Reihe	—	15) Phosphor	—	—
6. Reihe	—	9) Fluor	—	—

III. Klasse. Grundwert $\pi^{-1}\, 2^{16}$

	1. Gruppe	2. Gruppe
1. Reihe	82) Blei	81) Thallium
2. Reihe	52) Tellur	53) Jod (?)
3. Reihe	—	—
4. Reihe	22) Titan	—
5. Reihe	—	—
6. Reihe	—	—
7. Reihe	—	—
8. Reihe	—	3) Lithium

IV. Klasse: Grundwert $\pi^{-6} 3 \cdot 2^{6}$

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe
1. Reihe	80) Quecksilber	79) Gold	78) Platin
2. Reihe	—	—	51) Antimon
3. Reihe	—	—	33) Arsen
4. Reihe	—	—	—
5. Reihe	—	14) Silicium	—
6. Reihe	—	—	—
7. Reihe	5) Bor	—	—

V. Klasse: Grundwert $\pi^{-3} 3 \cdot 2$

	1. Gruppe	2. Gruppe
1. Reihe	77) Iridium	76) Osmium
2. Reihe	50) Zinn	—
3. Reihe	—	32) Germanium
4. Reihe	21) Scandium	—
5. Reihe	—	—
6. Reihe	—	—
7. Reihe	—	—
8. Reihe	—	—
9. Reihe	—	2) Helium

VI. Klasse: Grundwert $\pi^{-20} 2^{14}$

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe	4. Gruppe
1. Reihe	75) —	74) Wolfram	73) Tantal	72) —
2. Reihe	—	49) Indium	48) Cadmium	—
3. Reihe	—	—	31) Gallium	—
4. Reihe	—	—	—	—
5. Reihe	13) Aluminium	—	—	—
6. Reihe	—	—	—	8) Sauerstoff

VII. Klasse: Grundwert $\pi^{-10} 2^{14}$

	1. Gruppe	2. Gruppe
1. Reihe	71) Cassiopeium	70) Aldebaranium
2. Reihe	47) Silber	46) Palladium
3. Reihe	—	30) Zink
4. Reihe	—	20) Calcium

VIII. Klasse: Grundwert $\pi^{-12} 2^{-6}$

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe	4. Gruppe
1. Reihe	69) Tulium	68) Erbium	67) Holmium	66) Dyprosium
2. Reihe	—	45) Rhodium	44) Ruthenium	—
3. Reihe	—	29) Kupfer	—	—
4. Reihe	18) Argon	19) Kalium	—	—
5. Reihe	12) Magnesium	—	—	—
6. Reihe	—	—	—	—
7. Reihe	—	4) Beryllium	—	—

IX. Klasse: Grundwert $\pi^{-26} 2^{27}$

	1. Gruppe	2. Gruppe	3. Gruppe	4. Gruppe
1. Reihe	65) Terbium	64) Gadolinium	63) Europium	62) Samarium
2. Reihe	43)? —	42) Molybdän	—	41) Niobium
3. Reihe	—	—	28) Kobalt	27) Nickel
4. Reihe	—	—	—	17) Chlor
5. Reihe	11) Natrium	—	—	—
6. Reihe	—	7) Stickstoff	—	—

Man wird nun aus der Tabelle sehen, dass die Grundwerte einer Klasse diejenigen Werte sind, aus denen sich die Atomgewichte der in einer Reihe stehenden Elemente durch Multiplikation mit dem Werte $\frac{1}{\pi^2}$ ableiten lassen, während sich die einer Gruppe angehörigen, durch Multiplikation mit dem Werte $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ erhalten lassen.

Sind uns also die Atomgewichte der folgenden Elemente genau bekannt:

I. Klasse	92) Uran	oder	87)	
II. Klasse	86) Emanation	oder	83)	Wismut
III. Klasse	82) Blei	oder	81)	Thallium
IV. Klasse	80) Quecksilber	oder	78)	Platin
V. Klasse	77) Iridium	oder	76)	Osmium
VI. Klasse	75)	oder	72)	
VII. Klasse	71) Cassiopeium	oder	70)	Aldebaranium
VIII. Klasse	69) Tulium	oder	66)	Dyprosium
IX. Klasse	65) Terbium	oder	62)	Samarium

so lassen sich mit Hilfe der obigen Regel die Atomgewichte aller andern zu derselben Klasse gehörigen Elemente mit grosser Genauigkeit berechnen, wobei die Konstanz der Produkte eine sehr wertvolle Kontrolle abgibt.

Untersucht man nun die Grundwerte näher, so findet man sehr eigenartige Beziehungen derselben zueinander. Schreibt man dieselben in einer Reihe, nämlich:

Klasse	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Grundwert	$\pi^{-17}2^{26}$	$\pi^{-7}2^{16}$	$\pi^{-1}2^{16}$	$\pi^{-6}3.2^{6}$	$\pi^{-3}3.2$	$\pi^{-20}2^{14}$	$\pi^{-10}2^{14}$	$\pi^{-12}2^{6}$	$\pi^{-26}2^{27}$

so sieht man, dass die Grundwerte der II. und III., der IV. und V., sowie der VI. und VII. Klasse in engerer Verbindung stehen, da sie jedesmal einen gemeinsamen Faktor besitzen. Auch zwischen Klasse I und IX scheinen eigentümliche Beziehungen zu bestehen, welche, wie man sieht, durch die unleugbare chemische Verwandtschaft zwischen Eisen-Mangan einerseits und Kobalt-Nickel andererseits ausgedrückt sind. Ganz isoliert scheint die VIII. Klasse zu stehen, denn trotz aller Bemühungen ist es mir bisher nicht geglückt, Werte zu finden, durch welche sie sich besser an eine der andern Klassen anschliesst. Die obigen Werte, namentlich die unzweifelhaft zwischen der I. und IX. Klasse bestehende Verwandtschaft, legen den Gedanken einer ringförmigen Gruppierung ausserordentlich nahe und darum wird es zweck-

mässig sein, einmal den Aufbau der algebraischen Werte, durch welche sich die Atomgewichte der Elemente ausdrücken lassen, näher zu untersuchen.

IV. Aufbau der algebraischen Werte der Atomgewichte.

Untersucht man die algebraischen Werte, so wird man finden, dass dieselben aus drei Faktoren aufgebaut sind, nämlich einer Potenz des Wertes $\frac{2}{\pi}$ resp. dessen reziprokem Wert $\frac{\pi}{2}$, einer positiven oder negativen Potenz der Zahl 2; und schliesslich der Zahl 3. Man kann also in diesem Sinne eine Umformung der algebraischen Werte vornehmen und erhält dann die folgenden Werte:

Die algebraischen Werte der Atomgewichte, geordnet nach dem natürlichen System der Elemente. (Tabelle III). Seite 156 u. 157.

Es bestehen nun ganz eigenartige gesetzmässige Beziehungen in bezug auf die Exponenten der Grundfaktoren. Betrachten wir zunächst einmal die algebraischen Werte der Elemente

Uran	Brevium	Thorium	Actinium	Radium	87)
$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{17} 2^{9}$	$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{15} 2^{11}$	$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{13} 2^{13}$	$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{11} 2^{15}$	$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{9} 2^{17}$	$\left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} 2^{19}$

Wir sehen hieraus, dass die Exponenten des Wertes $\left(\frac{2}{\pi}\right)$ vom Uran nach dem Elemente 87) immer um 2 kleiner, die des Faktors 2 dagegen immer um 2 grösser werden. Weiter ist klar, dass in den obigen sechs Werten eine Potenz von $\frac{2}{\pi}$ als niedrigster Wert vorkommt. Wir wollen diesen Wert den Kernwert nennen. Es ist dann klar, dass wir den algebraischen Wert des Atomgewichtes der obigen sechs Elemente folgendermassen zerlegen können.

Algebr. Wert des Atomgew. des Uran $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{17} 2^{9} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{10} \times 2^{9}$

" " " " " Brevium $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{15} 2^{11} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{8} \times 2^{11}$

" " " " " Thorium $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{13} 2^{13} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{6} \times 2^{13}$

" " " " " Actinium $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{11} 2^{15} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{4} \times 2^{15}$

" " " " " Radium $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{9} 2^{17} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2} \times 2^{17}$

" " " " " 87 $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} 2^{19} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{0} \times 2^{19}$.

Das ist jedenfalls eine höchst eigenartige Konstitution der algebraischen Werte der Atomgewichte, welche wohl niemand hinter den Zahlen 237.264, 234.17, 231.12, 228.10 und 225.13, welche den angenommenen Werten für die Atomgewichte dieser Elemente, nämlich 238, 234, 232, 230, 226 so nahe kommen, dass sie wohl mit denselben identifiziert werden dürften, vermutet hätte. Nun legt der obige Aufbau eine andere Schreibweise nahe, welche den Zusammenhang dieser Werte sehr klar veranschaulicht. Der Kernwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{7}$ ist allen sechs Werten gemeinsam, wir können denselben somit als Mittelpunkt, um welchen sich die beiden andern Faktoren gruppieren, auffassen und dann diese Werte in der folgenden Weise darstellen.

Ringförmige Darstellung der Atomgewichte der Elemente Uran, Brevium, Thorium, Actinium, Radium, 87).

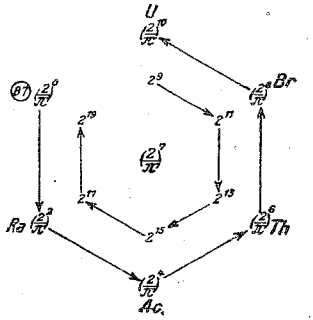


Fig. 20.

Das ist nun sicherlich eine höchst merkwürdige Form, in der sich die algebraischen Werte der sechs Elemente, welche das höchste Atomgewicht besitzen, darstellen lassen, denn man wird bei dieser Art der Darstellung ganz unwillkürlich an die Form, in welcher man sich nach modernen Anschauungen den Aufbau des Atoms vorstellt, erinnert. Um etwaigen Einwänden von vornherein zu begegnen, möchte ich ausdrücklich bemerken, dass mir bei der ursprünglichen Niederschrift meines Manuskriptes im Konzentrationslager in Holdsworthy Anfang 1919 keinerlei Literatur über die modernen Anschauungen bezüglich des Baues der Atome vorlag, durch die etwa meine Gedanken auch in unbewusster Weise hätten beeinflusst werden können. Die klare Darstellung der Atomtheorie von Grätz kam mir erst nach meiner Rückkehr in die Heimat anfangs 1920 zu Gesicht, durch welche ich eigentlich zuerst auf die Analogie der obigen Darstellung mit moderner Vorstellung vom Bau der Atome aufmerksam wurde.

Nach der obigen Vorstellung gehen von einem Kern, welcher dem positiv geladenen Kern der Atome entspricht und den arithmetischen Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{7} = 0.042\,380$ besitzt, sechs Radien oder Reihen aus, auf welchen die

O	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
1. *H.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0$										
	2. *He.* $3\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^{15}\times\frac{1}{2^{16}}\right)$	3. *Li.* $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3\times\frac{1}{2^9}$	4. *Be.* $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\times\frac{1}{2^{28}}$	5. *B.* $3\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^6\times\frac{1}{2^{12}}\right)$	6. *C.* $\pi^5\times 2^2$	7. *N.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^7\times\frac{1}{\pi^7}$	8. *O.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\times\frac{1}{2^{10}}$	9. *F.* $\left(\frac{\pi}{2}\right)^4\times\pi$		
10. *Ne.* $\frac{2}{\pi}\times 2^5$	11. *Na.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)\times\frac{1}{\pi^7}$	12. *Mg.* $\left(\frac{\pi}{2}\right)^4\times\frac{1}{2^{26}}$	13. *Al.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{12}\times\frac{1}{2^{14}}$	14. *Si.* $3\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^4\times\frac{1}{2^6}\right)$	15. *P.* π^3	16. *S.* $\pi\times 2^{10}$	17. *Cl.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{12}\times 2^3$			
18. *A.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6\times\frac{1}{2^{24}}$	19. *Ka.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\times\frac{1}{2^{22}}$	20. *Ca.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^2$	21. *Sc.* $3\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^3\times\frac{1}{2^8}\right)$	22. *Ti.* $\left(\frac{\pi}{2}\right)^3\times\frac{1}{2^3}$	23. *V.* $\frac{2}{\pi}\times 2^3$	24. *Cr.* $\frac{2}{\pi}\times 2^{13}$	25. *Mn.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^9\times 2^5$	26. *Fe.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{11}\times 2^3$	27. *Ni.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{14}\times 2^5$	28. *Co.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{16}\times 2^3$
	29. *Cu.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6\times\frac{1}{2^{20}}$	30. *Zn.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\times 2^2$	31. *Ga.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6\times\frac{1}{\pi^6}$	32. *Ge.* $3\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^3\times\frac{1}{2^4}\right)$	33. *As.* $3\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$	34. *Se.* $\pi^3\times 2^8$	35. *Br.* $\pi^2\times 2^8$			
36. *Kr.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^3\times 2^5$	37. *Rb.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^5\times 2^{13}$	38. *Sr.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^9\times 2^9$	39. *Y.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{11}\times 2^7$	40. *Zr.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{13}\times 2^5$	41. *Nb.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{16}\times 2^7$	42. *Mo.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{22}\times 2$	43. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{23}\times\frac{1}{\pi}$	44. *Ru.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6\times\frac{1}{2^{16}}$	45. *Rh.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^8\times\frac{1}{2^{18}}$	46. *Pd.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6\times 2^2$
	47. *Ag.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^8\times 2^2$	48. *Cd.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}\times\frac{1}{\pi^4}$	49. *In.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}\times\frac{1}{\pi^6}$	50. *Sn.* $3\left(\frac{2}{\pi}\times\frac{1}{2^4}\right)$	51. *Sb.* 3×2^2	52. *Te.* $\frac{2}{\pi}\times 2$	53. *J.* $\pi\times 2^2$			
54. *X.* $\frac{2}{\pi}\times 2^{11}$	55. *Cs.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^3\times 2^9$	56. *Ba.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^5\times 2^{17}$	57. *La.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^7\times 2^{15}$	58. *Ce.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^9\times 2^{13}$	59. *Pr.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{11}\times 2^{11}$	60. *Nd.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{13}\times 2^9$	61. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{15}\times 2^7$			
	62. *Sa.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{18}\times 2^9$	63. *Eu.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{20}\times 2^7$	64. *Gd.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{24}\times 2^3$	65. *Tb.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{26}\times 2$	66. *Dy.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6\times\frac{1}{2^{12}}$	67. *Ho.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^8\times\frac{1}{2^{14}}$	68. *Er.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}\times\frac{1}{2^{16}}$			
	69. *Tu.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{12}\times\frac{1}{2^{18}}$	70. *Ad.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^8\times 2^6$	71. *Cp.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}\times 2^4$	72. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^4$	73. *Ta.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{14}\times\frac{1}{\pi^2}$	74. *W.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{14}\times\frac{1}{\pi^4}$	75. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{14}\times\frac{1}{\pi^6}$	76. *Os.* $3\left(\frac{2}{\pi}\right)$	77. *Ir.* $3\left(\frac{2}{\pi}\right)\times\frac{1}{\pi^2}$	78. *Pt.* $3\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\times 2^4$
	79. *Au.* $3\left(\frac{2}{\pi}\right)^4\times 2^2$	80. *Hg.* $3\left(\frac{2}{\pi}\right)^6$	81. *Tl.* $\frac{2}{\pi}\times 2^5$	82. *Pb.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^3\times 2^3$	83. *Bi.* $\frac{2}{\pi}\times 2^{15}$	84. *Po.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^3\times 2^{13}$	85. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^5\times 2^{11}$			
86. *Ra. Em.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^7\times 2^9$	87. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^7\times 2^{19}$	88. *Ra.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^9\times 2^{17}$	89. *Ac.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{11}\times 2^{15}$	90. *Th.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{13}\times 2^{13}$	91. *UX2* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{15}\times 2^{11}$	92. *U.* $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{17}\times 2^9$				

Faktoren stehen, mit denen der Kernwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^7$ zu multiplizieren ist, um die kosmische Zahl, welche das Atomgewicht eines Elementes darstellt, zu erhalten. Diese Faktoren sind so angeordnet, dass die Zunahme der auf dem inneren Kreise stehenden Faktoren (den Potenzen von 2) in umgekehrter Richtung erfolgt, wie diejenige der auf dem äusseren Kreise stehenden. (Wer denkt da nicht unwillkürlich an die um den positiven Atomkern kreisenden negativen Elektronen?) Es ist natürlich selbstverständlich, dass man die hier auf dem inneren Ring dargestellten Werte ebensogut auf den äusseren Ring hätte schreiben können, ebenso wie man den algebraischen Wert des Atomgewichtes des Breviums links von dem des Urans, anstatt wie in der Darstellung, rechts hätte schreiben können. Das Wie? der Darstellung ist reine Konvention, ist diese aber einmal bestimmt, so muss man an derselben festhalten. Ich will damit sagen, dass ich nicht behaupten will, dass die obige Darstellung auch objektiv richtig sein muss, denn sie gibt nur eine subjektiv richtige Vorstellung der betreffenden Verhältnisse. Vielleicht wird sich später herausstellen, dass eine andere Form der Darstellung als die hier gewählte die richtigere ist, aber einstweilen erfüllt dieselbe vollkommen ihren Zweck.

Die auf dem inneren Ring stehenden Zahlenwerte beginnen mit dem Wert 2^9 und endigen jedesmal, um den Wert 2^2 zunehmend, mit dem Werte 2^{19}.

Die auf dem äusseren Ring stehenden Werte sind ihrem Bau nach mit dem Kernwert verwandt, denn sie besitzen die gleiche Basis wie dieser und unterscheiden sich nur durch den Exponenten von diesem. Aus später ersichtlichen Gründen habe ich vorgezogen, diese Werte auf den äusseren Ring zu stellen.

Man sieht nun, dass die Differenz zweier auf einem Durchmesser stehenden, aber entgegengesetzten Werte für alle sechs hier in Frage kommenden Atomgewichte eine konstante ist, und für den inneren Ring 2^6, für den äusseren Ring $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6$ beträgt. Z. B.:

Algebraischer Wert des Atomgewichtes von Uran $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^7 \times 2^9 \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}$

" " " " " Actinium $= \left(\frac{2}{\pi}\right)^7 \times 2^{15} \times \left(\frac{2}{\pi}\right)^6$

Differenz der Werte der beiden Ringe $= 2^6 \left(\frac{2}{\pi}\right)^6$

Ein gleiches wird man für alle übrigen Werte finden.

Es ergeben sich noch eine Reihe anderer Beziehungen, die jedoch noch näher zu untersuchen sind. Dass die Werte in der Form eines Sechseckes angeordnet erscheinen, ist wohl nur darauf zurückzuführen, dass sechs Elemente, die im Aufbau der algebraischen Werte der Atomgewichte ein bestimmtes Gesetz zeigen, betrachtet wurden, denn betrachten wir die der II. Klasse angehörigen Elemente, so finden wir, dass dieselbe nur vier Gruppen, statt wie die I. Klasse deren sechs enthält. Es scheint überhaupt,

als ob die Vierzahl die Basis bilde und die Sechszahl als eine hemiëdrische Form aus der Kombination zweier Vierzahlen zu betrachten ist. Mancherlei Anzeichen scheinen hierfür zu sprechen, doch ist diese Frage noch lange nicht geklärt.

Nun entsteht die grosse Frage, lassen sich die algebraischen Werte der Atomgewichte der andern Elemente ebenfalls in dieser Reihe darstellen? Diese Frage lässt sich für die 22 Elemente der I. Klasse ohne weiteres bejahen.

Betrachten wir die in den drei nächsten Horizontalreihen stehenden algebraischen Werte der Elemente 61), Neodym, Cer, Praseodym, Lanthan, Barium (2. Reihe), ferner Zirkon, Yttrium, Strontium, Rubidium (3. Reihe) und Eisen, Mangan (4. Reihe), so ergibt sich, wenn wir die Werte in der ähnlichen Weise wie Atomgewichte der in der ersten Horizontalreihe stehenden Elemente umformen, folgendes:

a) Der Kernwert der in einer Horizontalreihe stehenden Elemente, beginnend mit dem Werte $\left(\frac{2}{\pi}\right)^7$ ist immer um den Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^2$ grösser, als der Kernwert der in der nächst vorhergehenden Horizontalreihe stehenden Elemente beträgt.

b) Bei allen Elementen aller Horizontalreihen und aller Gruppen sind die Werte des äusseren Ringes konstant und bilden Glieder der Reihe

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^0 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{2}{\pi}\right)^4 \left(\frac{2}{\pi}\right)^6 \left(\frac{2}{\pi}\right)^8 \left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}$$

c) Bei allen Elementen aller Horizontalreihen und aller Gruppen sind die Werte des inneren Ringes variabel und bilden Glieder der Reihe

$$\frac{1}{2^n} \cdots\cdots \frac{1}{2^5} \; \frac{1}{2^3} \; \frac{1}{2} \; 2 \; 2^3 \; 2^5 \; 2^7 \cdots\cdots 2^n$$

wo n immer eine ungerade Zahl ist.

d) Die Differenz zweier auf demselben Durchmesser liegender Werte des äusseren Ringes ist immer $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6 = 0.066\,570\,3\ldots$, des inneren Ringes $2^6 = 64$.

Ich nenne nun, wie bereits erwähnt, den innersten Wert, der variabel ist, den Kernwert; die Werte des Mittelringes, der gleichfalls variabel ist, den variabeln Mittelwert, die Glieder des Aussenringes, die bei allen Elementen dieselben sind, also konstant bleiben, den konstanten Aussenwert.

Hieraus folgt, dass, da der Aussenwert bei allen Elementen der I. Klasse konstant ist, die Elemente zweier beliebiger Horizontalreihen sechs gemeinsame Werte haben. Wir können also zwei ganz beliebige Reihen, oder besser gesagt, Ringe derart miteinander verbinden, dass wir ein Glied des Aussenringes als gemeinsam für beide Ringe annehmen, wie z. B. in der nachfolgenden Darstellung (Seite 160) der Ringe der 1. und der 2. Reihe geschehen ist.

Des besseren Verständnisses halber habe ich in der obigen Darstellung die beiden Ringe getrennt gezeichnet, es ist aber klar, dass der Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}$, durch welchen die beiden Ringe verbunden gedacht sind, nur einmal geschrieben zu werden braucht, denn er ist ja beiden Ringen gemeinsam. Wir sehen weiter, dass es vollkommen gleichgültig ist, mit welchem Aussenwerte wir zwei Ringe verknüpfen, wir hätten ebensogut den Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{8}$ oder $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0}$ wählen können. Ich habe die Verknüpfung jedesmal mittels des kleinsten Wertes ausgeführt, wobei ich durchaus nicht behaupten möchte, dass diese Verknüpfung objektiv richtig ist, da sie ja ebensogut durch einen der grösseren Werte hätte erfolgen können. Diese Darstellung ist nichts

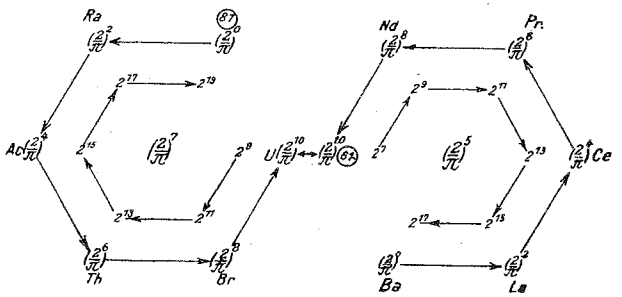


Fig. 21.

weiter als eine rein schematische Illustration einer an sich richtigen Tatsache, deren Wie? noch nicht vollkommen geklärt ist. Halten wir an diesem Schema fest und hängen die Ringe der 3. und 4. Reihe, also diejenigen, welche die Elemente Zirkon, Yttrium, Strontium, Rubidium und Eisen-Mangan enthalten, an diese beiden Ringe an, so erhalten wir eine Reihe von vier miteinander verbundenen Ringen, deren Werte in ganz bestimmtem gesetzmässigem Zusammenhang stehen. (Siehe Mittelreihe der Fig. 22.) Da die Werte des Aussenringes konstant sind, so handelt es sich nur darum, das Gesetz der variabeln Mittel- und Kernwerte zu ermitteln. Da sehen wir, dass, wie dies bereits erwähnt, die Kernwerte mit dem Werte $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{7}$ beginnen und ganz regelmässig um $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2}$ grösser werdend mit dem Werte $\left(\frac{2}{\pi}\right)$ endigen. Bereits jetzt können wir die Grösse des Kernwertes des nächstfolgenden Ringes bestimmen, diese muss $\frac{\pi}{2}$ sein, die des nächstfolgenden $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{3}$ usw.

Bezüglich der variabeln Mittelwerte sehen wir, dass jedesmal der Exponent des dem kleinsten konstanten Aussenwerte $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0}$ angehörigen variabeln

Mittelwertes um 2^2 kleiner ist als derjenige war, welcher dem des vorausgehenden Ringes angehörte. Da nun die Grösse des Exponenten des variabeln Mittelwertes in entgegengesetzter Richtung wie die des konstanten Aussenwertes zunimmt, so können wir mit Leichtigkeit die sämtlichen variabeln Mittelwerte der folgenden Ringe berechnen und wir sehen hieraus, dass der Wert des Atomgewichtes des Schwefels im nächstfolgenden Ring, welcher den Kernwert $\frac{\pi}{2}$ hat, stehen muss, den variabeln Mittelwert 2^{11} und den konstanten Aussenwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0}$ hat; ferner muss das Atomgewicht des Neons in einem Ringe mit dem Kernwerte $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{3}$, dasjenige des Kohlenstoffes in einem solchen mit dem Kernwerte $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{5}$ stehen.

Die Frage entsteht nun, lassen sich die algebraischen Werte der Atomgewichte der übrigen 70 Elemente in ähnlicher Weise darstellen, wie die der bisher betrachteten? Diese Frage kann sofort bejaht werden, aber es reicht hier der Raum nicht aus, den Beweis zu führen, derselbe wird in meinem späteren Werke gegeben werden. Die einzige Änderung, welche in etwas unerwarteter Form auftritt, ist das Erscheinen des Faktors 3 im variabeln Mittelwert der Atomgewichte, welche der III. und IV. Klasse angehören, in welchen also die Schwermetalle vorkommen.

Wenn wir nun die algebraischen Werte der in der II. Klasse stehenden Elemente analysieren, so ergibt sich, dass nach Ausscheidung der konstanten Aussenwerte und der variabeln Mittelwerte der variable Kernwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)$ übrigbleibt. Wir könnten nun den ersten Ring der II. Klasse an den vierten Ring der I. Klasse, welcher den gleichen Kernwert besitzt, anhängen, aber wir sehen, dass dann das Gesetz des Wachstums in der Grösse der Kernwerte, die ja immer um $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2}$ verschieden sein müssen, nicht erfüllt ist. Um also diesem Gesetz gerecht zu werden, müssen wir den ersten Ring der II. Klasse an den dritten Ring, also den Zirkon-Yttrium-Strontium-Rubidium-Ring anhängen. Von diesem Ring sind aber, wie wir wissen, bereits zwei Aussenwerte absorbiert, welche dies sind, wissen wir noch nicht genau, nehmen wir aber, wie in der schematischen Darstellung Fig 22, an, die Werte $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{4}$ und $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{10}$ seien absorbiert, so bleiben uns die Werte $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{8}$ $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{6}$ resp. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2}$ $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0}$ übrig, an welche wir den ersten Ring der II. Klasse hängen können. Ich habe nun in der Darstellung Fig. 22 die Verknüpfung so gedacht, dass ich dieselbe durch den Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0}$ herstellte, diese Verbindung ist aber rein schematisch, wahrscheinlich müsste man sich diese durch die Elemente

des dritten Ringes der I. Klasse und des ersten Ringes der II. Klasse, welche die grösste chemische Verwandtschaft besitzen, hergestellt denken.

In gleicher Weise stellt sich heraus, dass die algebraischen Werte der

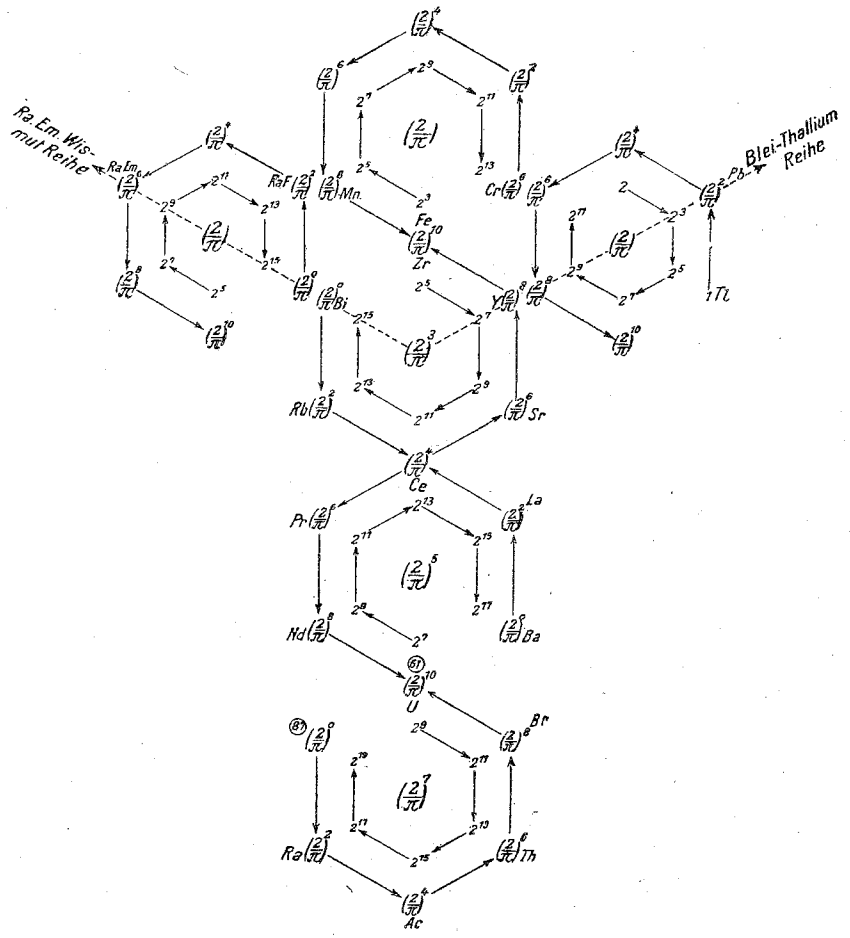


Fig. 22.

Atomgewichte des ersten Ringes der III. Klasse ebenfalls den Kernwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)$ besitzen. Wir müssen also diesen Ring ebenfalls an den dritten Ring der ersten Klasse anhängen, damit das Gesetz der Kernwerte erfüllt ist. Nun sind aber mindestens drei Aussenwerte des dritten Ringes bereits absorbiert; es bleiben also nur noch drei Aussenwerte, an welche wir den ersten Ring der III. Klasse hängen können, übrig. Da in der schematischen

Darstellung der linksstehende Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0$ durch den ersten Ring der II. Klasse, Emanation-85-Polonium-Wismut, absorbiert ist, so habe ich den ersten Ring der III. Klasse Blei-Thallium rechts an den Aussenwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^8$ angehängt. Ich hätte denselben aber ebenso gut an einen der andern Werte $\left(\frac{2}{\pi}\right)^6$ oder $\left(\frac{2}{\pi}\right)^2$ anhängen können. Die tatsächliche Verknüpfung wird, wie ich bereits gesagt habe, wahrscheinlich durch die chemische Verwandtschaft bedingt.

In dieser Weise können wir nun fortfahren und erhalten dann eine fortlaufende, zusammenhängende Kette, in welcher die algebraischen Werte der Atomgewichte aller Elemente derartig angeordnet sind, dass einer aus dem andern abgeleitet werden kann.

Nun ergibt sich, dass am Aufbau der algebraischen Werte aller Atomgewichte 75 Werte beteiligt sind, derart, dass das Produkt aus dreien dieser Werte den algebraischen Wert des Atomgewichtes irgend eines Elementes darstellt. Diese 75 Werte lassen sich nun auf einen Urwert, nämlich den Wert 1 zurückführen. Multipliziert man diesen Urwert mit $\frac{2}{\pi}$, so erhalten wir das erste Glied der Kernwerte mit ungeraden Exponenten. Multiplizieren wir diesen Wert wiederum mit $\frac{2}{\pi}$, so erhalten wir den Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^2$ als ersten Wert der Kernwerte mit geradem Exponenten. Die Faktoren, mit welchen die Kernwerte zu multiplizieren sind, um die algebraischen Werte der Atomgewichte darzustellen, lassen sich nun ebenfalls aus diesen ableiten, so dass in letzter Linie alle Werte auf den Urwert 1, der mit bestimmten Potenzen von $\frac{2}{\pi}$ multipliziert wird, zurückzuführen sind.

Wie wir uns den Wert 1 zu denken haben, ist noch fraglich; aller Wahrscheinlichkeit nach müssten wir denselben $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0$ schreiben, um die Gesetzmässigkeit der Ableitung klar zu machen.

Es liegt nun auf der Hand, die algebraischen Werte der Atomgewichte aller Elemente so darzustellen, dass sie auf den gemeinschaftlichen Urwert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0 = 1$ zurückzuführen sind, aus dem sie durch Anlagerung bestimmter Werte hervorgehen, derart, dass sich jeder Wert durch Abspaltung oder Anlagerung bestimmter Werte aus dem andern ableiten lässt. Damit wäre die von Prout bereits 1815 aufgestellte Hypothese, dass alle Atomgewichte auf das Atomgewicht des Wasserstoffes zurückzuführen sind, bestätigt, aber, was noch wichtiger ist, es wäre auf diese Weise wenigstens der theoretische Beweis erbracht, dass ein Element in ein anderes übergeführt werden kann, denn die Atomgewichte aller Elemente können auf eine Ursubstanz, deren Atomgewicht den Wert 1 haben muss, zurückgeführt werden.

Es lassen sich also die algebraischen Werte der Atomgewichte aller Elemente in der folgenden tabellarischen Form darstellen, zu deren Erklärung folgendes zu bemerken ist (Fig. 23). Oben in der Mitte steht der Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0 = 1$ — wenn man will, das Atomgewicht des Wasserstoffes. — Darunter stehen in einer Horizontalreihe die variabeln Kernwerte der verschiedenen Ringe einer Klasse; unter diese sind in der nächstfolgenden Reihe jedesmal die konstanten Aussenwerte geschrieben und darunter wiederum die entsprechenden variabeln Mittelwerte.

Das Produkt dieser drei Faktoren bildet den algebraischen Wert des Atomgewichtes, dessen arithmetischer Wert darunter steht; zuletzt steht das Symbol und die Ordnungszahl des Elementes, dessen Atomgewicht durch den darüberstehenden Wert ausgedrückt wird.

Vergleicht man nun die Darstellungen der 9 Klassen[1]), so sieht man, dass z. B. die vier Kernwerte der I. und II. Klasse gleich sind. Aber es kommen auch gemeinsame variable Mittelwerte vor und hieraus ergibt sich, dass eine einfache lineare Zusammenstellung, wie sie in der obigen Tabelle versucht ist, den Zusammenhang nicht klar zum Ausdruck bringt, sondern dass die Darstellung eine räumliche sein muss. Leider ist mir die zeichnerische Darstellung noch nicht ganz gelungen, aber ich denke mir dieselbe ungefähr folgendermassen. Wie bereits oben erwähnt, legt die Konstitution der algebraischen Werte der I. und IX. Klasse einen kreis- oder ringförmigen Zusammenhang nahe.

Nun kann man sich die Anordnung folgendermassen denken. In der Mitte des ganzen Systems steht der Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0 = 1$, als welchen man sich das Atomgewicht des Wasserstoffes denken kann. Darunter befindet sich ein Kreis, auf welchem die variabeln Kernwerte stehen; unter diesem befindet sich ein weiterer Kreis, auf dem die 6 konstanten Aussenwerte stehen, und als letzter Kreis derjenige der variabeln Mittelwerte, beginnend mit 2^{-30} und endigend mit 2^{19}; zum letzteren Kreis gehört noch ein sekundärer Kreis, auf welchem die Zahl 3 entsprechend den Elementen der IV. und V. Klasse 13mal steht. Nun denke man sich die Werte der einzelnen Kreise entsprechend dem Aufbau des algebraischen Wertes des Atomgewichtes durch Linien verbunden und diese Linien verlängert, bis sie einen fünften Kreis schneiden. An den Schnittpunkt wird der Name des Elementes gesetzt, dessen Atomgewicht durch das Produkt der drei durch Linien verbundenen Werte dargestellt wird. Es wird auf diese Weise nicht nur die Verwandtschaft der Elemente nach Reihen, wie sie im natürlichen System linear zur Geltung kommt, sondern auch nach Gruppen, wie sie durch die Zerlegung durch $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2$ angedeutet ist, zur Geltung gebracht.

Ich möchte jedoch ausdrücklich hervorheben, dass diese Anordnung zunächst einmal als rein schematischer Entwurf anzusehen ist, ein erster Versuch, Klarheit in diese komplizierten Verhältnisse zu bringen, da in

[1]) Dieselben werden in meinem grösseren Werke gebracht.

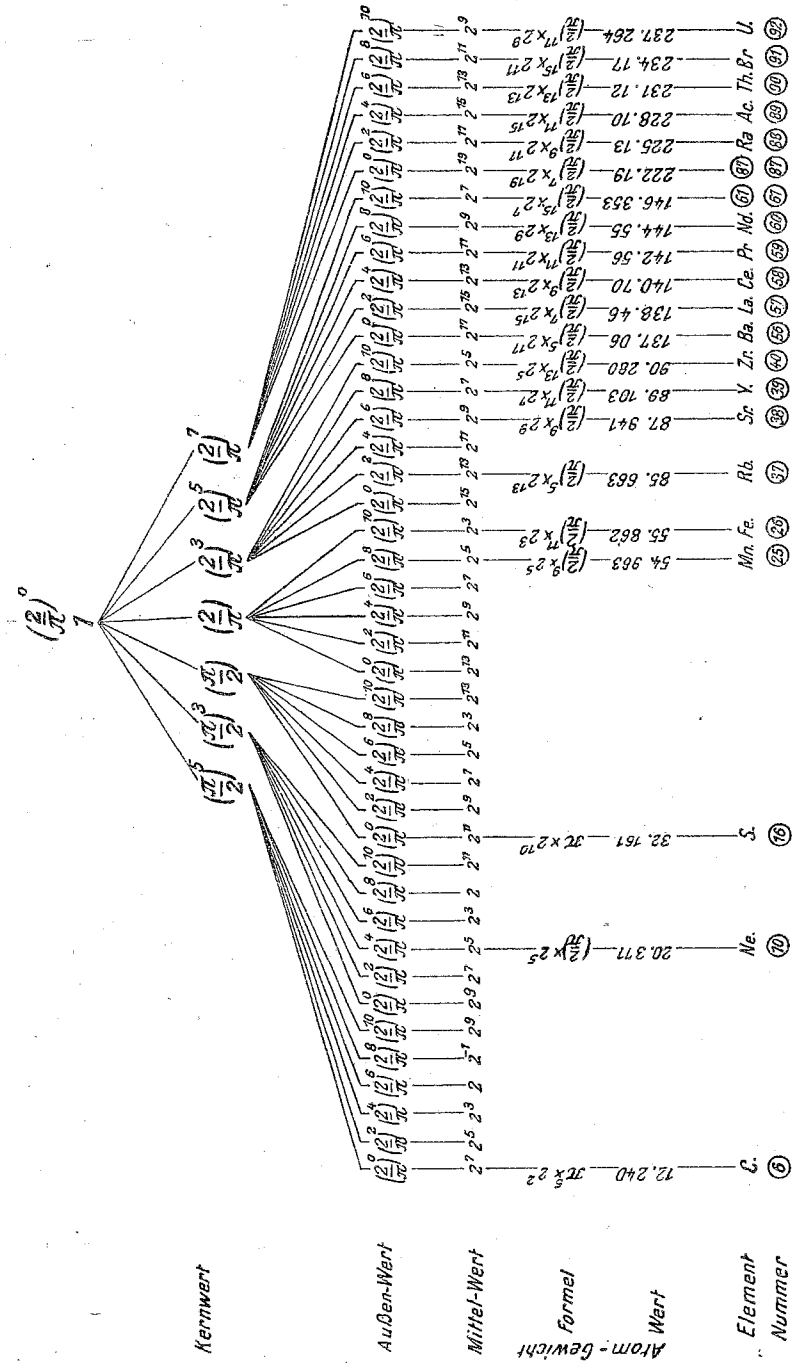


Fig. 23.

diesem System nicht nur die chemische Verwandtschaft der Elemente, sondern wahrscheinlich auch die Verwandtschaft im Aufbau der Atomgewichte, welcher anscheinend ein Bild des Aufbaues der Atome selbst wiedergibt, zum Ausdruck gebracht ist.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen ist ein so eigenartiges, man möchte fast sagen fremdartiges, dass man beinahe an der Richtigkeit zweifeln möchte. Aber in welcher Richtung hin ich auch die Werte prüfte, ich gelangte immer zu demselben Resultat. So viel scheint aus dieser Untersuchung im Zusammenhang mit den modernen Untersuchungen über den Bau der Atome hervorzugehen, dass die Atomgewichte ein Bild des Baues der Atome darstellen, nämlich einen Kern, der eine variable positive elektrische Ladung enthält, um welchen sich zwei Reihen negativ geladener Elektronen in umgekehrter Reihe bewegen. Die äussere Reihe oder der äussere Kreis enthält Elektronen von konstanter Ladung, die bei allen Elementen vorhanden sind, der innere solche von variabler Ladung, die bei den verschiedenen Elementen verschieden sind. Die Basis des ganzen Systems bildet das Wasserstoffatom, dessen arithmetischer Wert $\left(\frac{2}{\pi}\right)^0 = 1$ ist. Was wir uns unter dem Wert $\frac{2}{\pi} = 0.636\,619\,772\,367\ldots$ zu denken haben, ist nicht bekannt.

Mit Bezug auf diese Darstellungen möchte ich noch auf den eigentümlichen Faktor der Balmerschen Formel 3646.13 hinweisen und dabei die Frage aufwerfen, ob die Wellenlänge λ nicht durch die Formel

$$\lambda = \pi^2\, 3^{-3} \times 10^4 \times \frac{m^2}{m^2 - 2^2}$$

sehr genau zu berechnen wäre.

Ebenso möchte ich auf die Rydbergsche Konstante aufmerksam machen, die mit 3290.10^{15} angesetzt wird; nun ist aber $\pi^2\, 3^{-1} \times 10^3 = 3289.868$, also könnte man die Rydbergsche Konstante mit grösster Genauigkeit durch den Wert $\pi^2\, 3^{-1} \times 10^{18}$ ausdrücken.

Es scheinen also diese Werte, die mir bei dem Studium von Graetz' Atomtheorie aufgefallen sind, einen Hinweis auf die obige Hypothese zu enthalten, indes muss ich die weitere Prüfung dieser Ansichten den hierzu berufenen Fachmännern überlassen.

Neunter Abschnitt:

Kosmische Biologie.

I. Die Fliess'schen Perioden.

Im Jahre 1906 erschien ein merkwürdiges Buch: Der Ablauf des Lebens, von Dr. Wilhelm Fliess, das ebensoviel angefeindet wie bewundert wurde. Verfasser hat darin gezeigt, dass das ganze menschliche Leben als eine Art Rhythmus der Perioden von 28 und 23 Tagen anzusehen ist. Die Periode von 28 Tagen tritt in ausgesprochener Weise beim Weibe auf, während die Periode von 23 Tagen in weniger ausgesprochener Weise beim Manne zu erkennen ist. Es schien jedoch von vornherein aussichtslos, diese beiden Perioden in Zusammenhang zu bringen, denn die Zahlen 23 und 28, von welchen erstere gar noch eine Primzahl ist, scheinen wenig Gemeinsames zu haben. Aber dennoch stehen dieselben in einem sehr eigenartigen, vollkommen gesetzmässigen Zusammenhang, der in letzter Linie auf die Umlaufszeit der Erde um die Sonne zurückzuführen ist.

Die Übereinstimmung der männlichen Periode von 23 Tagen mit der kosmischen Zahl 232 710 566 932 liegt auf der Hand, denn man kann diese Zahl auch

23 Tage 2 Stunden 7 Minuten 10.566 932 9 Sekunden

lesen. Mit andern Worten, wir können den algebraischen Wert der männlichen Periode durch den Ausdruck $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ darstellen.

Die weibliche Periode ist aber in der kosmischen Zahl 2 870 994 516 302 enthalten, die wir

28 Tage 7 Stunden 0 Minuten 9.945 163 02 Sekunden

lesen. Der algebraische Wert dieser Zahl ist $\pi^3\, 3^{-3} \cdot 2^{-2}$.

Nun geht der algebraische Wert der männlichen Periode M, $\frac{\pi}{2}$ in den algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde, denn

$$\pi\, 3^{-3} \cdot 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi^2\, 3^{-3}.$$

Absolut genommen geht also die männliche Periode von 23 Tagen 7 Stunden, $\left(\frac{\pi}{2} \times 10\right) = 5\,\pi = 15.707\,963\,20$ mal in die Umlaufszeit der Erde, denn

$$232\,710\,566\,932 \times 157\,079\,632\,679 = 365\,540\,903\,744$$

Nun erinnern wir uns daran, dass der algebraische Wert des Durchmessers der Erdbahn in Tagen durch den Wert $\pi\, 3^{-3}$ ausgedrückt wird, und hieraus folgt, dass

5mal die männliche Periode den Durchmesser der Erdbahn in Tagen darstellt

5πmal die männliche Periode die Umlaufszeit der Erde um die Sonne ergibt.

Der algebraische Wert der weiblichen Periode $W = \pi^3\, 3^{-3} \cdot 2^{-2}$ geht $\frac{4}{\pi}$ mal in die Umlaufszeit der Erde, denn

$$\pi^3\, 3^{-3}\, 2^{-2} \times \frac{2^2}{\pi} = \pi\, 3^{-3}.$$

Absolut genommen geht also die weibliche Periode von 28 Tagen 7 Stunden 0 Minuten 9.945 Sekunden $\frac{4}{\pi} \times 10 = 12.732\,395\,477$ mal in die Umlaufszeit der Erde, denn

$$2\,870\,994\,516\,302 \times 12\,732\,395\,477 = 365\,540\,903\,744$$

Hieraus ergibt sich, dass sich die algebraischen Werte der männlichen und der weiblichen Periode zueinander verhalten wie $\frac{4}{\pi} : \frac{\pi}{2}$ also

$$\pi\, 3^{-3} \cdot 2 : \pi^3\, 3^{-3}\, 2^{-2} = \frac{2^2}{\pi} : \frac{\pi}{2}$$

Das ist unzweifelhaft ein sehr merkwürdiges Ergebnis, denn es folgt hieraus, dass der algebraische Wert der weiblichen Periode aus der männlichen Periode, welche den 5. Teil des Durchmessers der Erdbahn in Tagen darstellt, abgeleitet werden kann, denn, setzt man $U = \pi^2\, 3^{-3}$, so ist

$$W = M \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 2^{-1} = M \times \frac{\pi^2}{2^3}$$

$$M = W \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 2^1 = W \times \frac{2^3}{\pi^2}$$

$$M = U \times \frac{2}{\pi} = E\, a/e$$

Damit ist ein gesetzmässiger Zusammenhang der beiden Fliessschen Perioden erwiesen, ebenso wie nachgewiesen ist, dass beide in gesetzmässigem Zusammenhang zur Umlaufszeit der Erde resp. der Entfernung derselben von der Sonne stehen. Denn würde die Umlaufszeit der Erde nicht durch den Wert $\pi^2\, 3^{-3}$ ausgedrückt, dann würde die männliche Periode einen andern Wert als $\pi 3^{-3} \cdot 2$ haben und dann würde auch die weibliche Periode einen ganz andern Wert besitzen. Daraus lässt sich der ganz ungemein wichtige Schluss ziehen, dass durch die Umlaufszeit der Erde die ganze organische Entwickelung auf derselben bedingt war. Wir wissen noch zu wenig über dieselbe, aber wir wissen wenigstens so viel, und das ist eine Haupterrungenschaft der modernen Paläontologie, dass diese mit

niedrig organisierten Lebewesen in urgrauer Vorzeit beginnend, durch immer höhere Stufen weiterschreitend, allmählich die höchste auf dieser Erde denkbare Stufe im Menschen erreicht hat. Diese Entwickelung ist also eine vollkommen gesetzmässige, aber ihr Gang war von Anfang an dadurch bestimmt, dass die Erde sich in einer Entfernung von 148.148 Millionen Kilometer in 365 Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden um die Sonne bewegte. Noch lange, ehe es Menschen, ja überhaupt Säugetiere oder selbst Wirbeltiere gab, ja noch lange vorher, ehe überhaupt eine organische Schöpfung auf der Erde existierte, war es unweigerlich festgelegt, dass diese Entwickelung den Lauf nehmen musste, dass das höchste organische Wesen auf der Erde so gestaltet sein wird, dass der Ablauf seines Lebens durch die beiden Perioden, deren kosmische Zahlen 232 710 566 932 und 287 099 445 163 02 durch den algebraischen Wert $\pi\, 3^{-3} \cdot 2$ und $\pi^3\, 3^{-3} \cdot 2^{-2}$ dargestellt werden, reguliert wird. Da aller Wahrscheinlichkeit nach die Masse des Erdballes und sein spezifisches Gewicht, dessen Entfernung von der Sonne und damit seine Umlaufszeit um diese bestimmte, so ist mit der gleichen Wahrscheinlichkeit alles organische Leben auf der Erde eine Funktion ihres spezifischen Gewichtes und ihrer Masse. Ändern sich diese, so muss sich auch jenes ändern, und hierin können wir vielleicht eine Erklärung jener scheinbar katastrophalen Änderungen in der organischen Welt, welche von jeher die Paläontologen in Erstaunen versetzt haben, finden.

Aber wir können noch einen Schritt weiter gehen. Wenn auf der Erde alles organische Leben durch die Länge der Umlaufszeit bestimmt wird, um mich kurz auszudrücken, eine Funktion der Umlaufszeit ist, dann können wir bei dem gesetzmässigen Zusammenhang aller Planeten den weiteren gewaltigen Schluss machen, dass, wenn auf irgend einem andern Planeten organisches Leben existiert, dies ebenfalls eine Funktion seiner Umlaufszeit sein muss. Mit andern Worten, wenn auf irgend einem der andern Planeten organisches Leben existiert, so ist sein Ablauf derart reguliert, dass derselbe in Perioden verläuft, die in ganz gesetzmässigem Zusammenhang zu seiner Umlaufszeit stehen. Den grossen Wert dieser Hypothese der kosmischen Entwickelung des organischen Lebens brauche ich wohl kaum hervorzuheben.

Kehren wir nach dieser Abschweifung wieder zu unserer Erde zurück, so liegt es auf der Hand, das Produkt der algebraischen Werte der männlichen und weiblichen Periode zu bilden; es ist

$$\overset{M}{(\pi\, 3^{-3} \cdot 2)}\,\overset{W}{(\pi^3 3^{-3} \cdot 2^{-2})} = \pi^4\, 3^{-6}\, 2^{-1} = (\pi^2\, 3^{-3})^2\, 2^{-1} = 0.066\,810\,076\,155\,004\ldots$$

oder die kosmische Zahl des Produktes der kosmischen Zahlen der männlichen und weiblichen Periode ist gleich der Hälfte des Quadrates der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde, nämlich 668 100 761 550 04, also

$$M = \frac{U^2}{2\,W}$$

$$W = \frac{U^2}{2\,M}$$

Wir können diese Formeln in Worten folgendermassen ausdrücken: Die kosmische Zahl der männlichen Periode ist gleich dem halben Quadrate der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde, dividiert durch die kosmische Zahl der weiblichen Periode oder

$$\frac{133\,620\,152\,310\,009\,516}{2 \times 287\,099\,451\,630\,2} = 232\,710\,566\,932 = 23 \text{ Tage } 2 \text{ St. } 7 \text{ Min. } 1.05 \text{ Sek.}$$

Die kosmische Zahl der weiblichen Periode ist gleich dem halben Quadrate der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde, dividiert durch die kosmische Zahl der männlichen Periode oder

$$\frac{133\,620\,152\,310\,009\,516}{2 \times 232\,710\,566\,932} = 287\,099\,451\,630\,2 = 28 \text{ Tage } 7 \text{ St. } 0 \text{ Min. } 9.94 \text{ Sek.}$$

Das sind sehr merkwürdige Beziehungen, die wohl niemand hinter den Perioden von 23 resp. 28 Tagen, welche den Ablauf des menschlichen Lebens regulieren, vermutet hätte.

II. Das weibliche und das männliche Klimakterium.

Das weibliche Klimakterium ist eine längst bekannte Tatsache im Ablauf des weiblichen Lebens, dass es aber auch eine ähnliche Periode im Ablauf des männlichen Lebens geben muss, nur dass dieselbe nicht so offenkundig wie beim Weibe ist, hat man neuerdings vermutet. Auf diese Vermutung hat mich der Chefarzt des Krankenhauses in Baden-Baden, Herr Dr. Roith, aufmerksam gemacht, wofür ich ihm an dieser Stelle nochmals meinen verbindlichsten Dank abstatten möchte. Es war mir aus der Physiologie bekannt, dass das weibliche Klimakterium gegen Mitte der 40er Lebensjahre eintritt. Da war mir denn bald aufgefallen, dass, wenn ich die kosmische Zahl der männlichen Periode mit 2 multipliziere, also die kosmische Zahl

465 421 133 864

bilde, diese Zahl als Zeitmass gelesen 46 Jahre 54 Tage 21 Stunden 13 Minuten 3.864 Sekunden gelesen werden könnte. Würden genaue Statistiken über den Eintritt des weiblichen Klimakteriums vorliegen, die nach Lage der Sache leider sehr schwierig sein dürften, so würde sich die obige Zahl wohl als Durchschnittszahl für den Eintritt des weiblichen Klimakteriums ergeben, denn genau so wie die Dauer der einzelnen weiblichen oder männlichen Periode wechselt, im ganzen aber immer auf den Wert 23 resp. 28 Tage zurückkommt, ebenso wird der Eintritt des Klimakteriums bei den einzelnen Individuen wechseln, bald etwas früher, bald etwas später sein, aber der Durchschnitt wird die Zahl von 46 Lebensjahren sein.

Wenn nun die kosmische Zahl der weiblichen Periode aus der Verdoppelung der kosmischen Zahl der männlichen Periode erhalten wird, so liegt bei dem unbestreitbaren Zusammenhang beider Perioden die Vermutung nahe, dass die kosmische Zahl des männlichen Klimakteriums

durch Verdoppelung der kosmischen Zahl des weiblichen Klimakteriums erhalten wird; es ist

$$2 \times 287\,099\,451\,630\,2 = 574\,198\,903\,260\,4.$$

Diese Zahl können wir 57 Jahre 41 Tage 9 Stunden 8 Minuten 9.032 Sekunden lesen, und sie dürfte das Alter bedeuten, in welchem durchschnittlich das Klimakterium im Leben des Mannes eintritt. Selbstverständlich besteht auch hier eine gewisse Amplitude, bei dem einen Individuum tritt das Klimakterium etwas früher, beim andern etwas später ein. Es ist nun eine bekannte Tatsache, die mir auch von Ärzten bestätigt wurde, dass eine grosse Zahl von Männern gegen Ende der 50er Jahre meistens unter apoplektischen Erscheinungen zu kränkeln anfangen und dann häufig sehr rasch sterben. Wahrscheinlich dürfte diese Periode im Leben des Mannes mit gewissen, noch nicht genauer bekannten Gefässänderungen verbunden sein, deren Folgen eben jene Krankheitserscheinungen, die so häufig zum Tode führen, sind. Es ist also wohl nicht immer eine stürmisch verlebte Manneszeit, die zu einem frühzeitigen Tode führt.

Wenn wir uns die obigen Formeln, welche die kosmische Zahl der männlichen resp. weiblichen Periode auf das Quadrat der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde zurückführen, näher ansehen, so finden wir, dass im Nenner des Bruches die doppelte kosmische Zahl der weiblichen resp. männlichen Periode, mit andern Worten die kosmische Zahl des männlichen resp. weiblichen Klimakteriums steht.

Diese Formeln besagen also: die Grösse der kosmischen Zahl der männlichen Periode wird durch das Quadrat der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde, dividiert durch die kosmische Zahl des weiblichen Klimakteriums, die Grösse der kosmischen Zahl der männlichen Periode wird durch das Quadrat der kosmischen Zahl der Umlaufszeit der Erde, dividiert durch die kosmische Zahl des männlichen Klimakteriums bestimmt.

Kennen wir also ausser der Umlaufszeit der Erde nur eine dieser Perioden genauer, am leichtesten dürfte wohl die genaue Länge der weiblichen Periode festzustellen sein, so sind die Werte für alle übrigen Perioden mit Leichtigkeit zu bestimmen.

Nun ergibt sich aber weiter eine sehr beachtenswerte Schlussfolgerung. Ändert sich die Umlaufszeit der Erde, so ändert sich, wie ich oben dargelegt habe, aller Wahrscheinlichkeit nach auch ihre Entfernung von der Sonne. Ändert sich aber die Entfernung von der Sonne, so muss sich auch die männliche Periode ändern, d. h. sie wird länger. Wird aber diese länger, so muss auch die weibliche Periode, immer natürlich als Durchschnittszeit betrachtet, länger werden. Vorläufig ist die Zeit, über welche unsere Beobachtungen sich erstrecken, viel zu kurz, um hierüber etwas Bestimmtes sagen zu können. Denn selbst, wenn in 4000 Jahren die Umlaufszeit der Erde um 8 Minuten länger würde, so ist diese Zeit doch zu gering, als dass sie sich in der Verlängerung der weiblichen Periode, bei der es sich höchstens um Bruchteile von Sekunden handeln könnte, bemerkbar machen würde. Immerhin wäre es von hohem Interesse, wenn festgestellt werden könnte, ob mit der Verlängerung der Umlaufszeit der Erde eine Verlängerung der

weiblichen Periode, wie dies nach der Hypothese zutreffen sollte, Hand in Hand geht.

III. Die Schwangerschaftsdauer des Menschen.

Es liegt nun nahe, diese Untersuchungen auch auf die Schwangerschaftsdauer auszudehnen und hierbei wollen wir mit der menschlichen Schwangerschaftsdauer beginnen. Diese wird durchschnittlich mit 9 Kalendermonaten = 270 Tagen angesetzt; es kann aber, wenn ich mich nicht irre, ein lebensfähiges Kind bereits nach 176 Tagen, also etwa 6 Monaten zur Welt gebracht werden, ebenso wie dieselbe sich bis auf 306 Tage, also 10 Kalendermonate und 6 Tage ausdehnen kann. Unterhalb dieser Grenze ist das geborene Kind nicht lebensfähig, über der Maximalgrenze tritt Totgeburt ein. Es hat also beim Menschen die Schwangerschaftsdauer eine recht grosse Amplitude, aber ihre Grenzen sind doch nach oben und unten hin festgelegt.

Durch einen zufälligen Fehler bin ich nun darauf gekommen, die algebraischen Werte der Schwangerschaftsdauer des Menschen bestimmen zu können. Ich ging davon aus, dass die normale Schwangerschaftszeit des Weibes neun weibliche Perioden sei; ich bildete also den Wert

$$\pi^3\, 3^{-3} \cdot 2^{-2} \times 3^2 = \pi^3\, 3^{-1}\, 2^{-2} = 2.583\,86$$

Diese kosmische Zahl würde in Zeitmass 258 Tage 3 Stunden 8 Minuten 6 Sekunden zu lesen sein. Es war aber ohne weiteres klar, dass diese Zeit gegen die Normalzeit zu kurz war, denn diese ist ja 9 Kalender- und nicht 9 weibliche Monate.

Nun fragte ich mich, welche Zahl wird der Zahl $3^2 = 9$ am nächsten kommen? Da ergab sich dann von selbst der Wert $3\,\pi$; ich bildete also den Wert

$$\pi^3\, 3^{-3} \cdot 2^{-2} \times 3\pi = \pi^4 3^{-2}\, 2^{-2} = 0.270\,581.$$

Diese kosmische Zahl würde in Zeitmass

270 Tage 5 Stunden 8 Minuten 1 Sekunde zu lesen sein.

Das heisst, die kosmische Zahl der normalen (durchschnittlichen) Schwangerschaftsdauer beim Menschen würde durch den algebraischen Wert $\pi^4\, 3^{-2}\, 2^{-2}$ ausgedrückt werden.

Es ist aber ganz unzweifelhaft, dass diese beiden Werte Glieder einer Reihe darstellen, die wir, da die Differenz bekannt ist, ohne weiteres berechnen können. Wir erhalten dann die folgende Reihe für die Schwangerschaftsdauer des Menschen.

Die algebraischen Werte der menschlichen Schwangerschaftsdauer.

$$\pi^7\, 3^{-5}\, 2^{-2} = 306 \text{ Tage}$$
$$\pi^6\, 3^{-4}\, 2^{-2} = 294 \quad ,,$$
$$\pi^5\, 3^{-3}\, 2^{-2} = 282 \quad ,,$$

$$\text{Normal}\quad \pi^4\, 3^{-2}\, 2^{-2} = 270 \text{ Tage}$$
$$\pi^3\, 3^{-1}\, 2^{-2} = 258 \quad ,,$$
$$\pi^2\, 3^{0}\, 2^{-2} = 246 \quad ,,$$
$$\pi^1\, 3^{1}\, 2^{-2} = 234 \quad ,,$$
$$\pi^0\, 3^{2}\, 2^{-2} = 222 \quad ,,$$
$$\pi^{-1}\, 3^{3}\, 2^{-2} = 210 \quad ,,$$
$$\pi^{-2}\, 3^{4}\, 2^{-2} = 198 \quad ,,$$
$$\pi^{-3}\, 3^{5}\, 2^{-2} = 188 \quad ,,$$
$$\pi^{-4}\, 3^{6}\, 2^{-2} = 176 \quad ,,$$

Diese zwölf Werte, bei denen man unwillkürlich an die zwölf Monate des Jahres oder die zwölf Zeichen des Tierkreises denkt, stellen augenscheinlich ganz bestimmte Ruhepunkte, möchte man sie nennen, in der organischen Entwickelung des Menschen dar, denn es braucht doch wohl kaum erwähnt zu werden, dass die Dauer der Schwangerschaft nicht absolut an eine dieser Zahlen gebunden ist, denn es werden jedenfalls viele Fälle vorkommen, in welchen die Schwangerschaftsdauer zwischen 270 und 282 Tagen liegen wird, oder irgend eine andere Zahl zwischen 176 und 306 Tagen hat. Das Wesentliche dieser Auffassung ist das, dass die beiden Grenzwerte ganz unzweifelhaft Glieder einer Reihe sind, die sich in ganz gesetzmässiger Weise aufbaut.

Nun ist aber klar, dass wir die algebraischen Werte der menschlichen Schwangerschaftsdauer, wie sie durch die obige Reihe ausgedrückt werden, in der verschiedensten Weise zerlegen können; am natürlichsten liegt wohl dieselben als ein Produkt der männlichen und weiblichen Periode, welche dann als Konstante zu denken sind, mit irgend einer Variabeln aufzufassen. Diese Zerlegung ist in der nachfolgenden Tabelle gegeben.

Die algebraischen Werte der menschlichen Schwangerschaftsdauer als Produkt der männlichen und weiblichen Periode.

	Schwangerschaftsdauer				W	M	V		
	π^7	3^{-5}	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^3\ 3^1\cdot 2^{-1})$	$=$	306 Tage
	π^6	3^{-4}	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^2\ 3^2\cdot 2^{-1})$	$=$	294 ,,
	π^5	3^{-3}	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^1\ 3^3\cdot 2^{-1})$	$=$	282 ,,
Normal	π^4	3^{-2}	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^0\ 3^4\cdot 2^{-1})$	$=$	270 ,,
	π^3	3^{-1}	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-1}\ 3^5\cdot 2^{-1})$	$=$	258 ,,
	π^2	3^{-0}	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-2}\ 3^6\cdot 2^{-1})$	$=$	246 ,,
	π^1	3^1	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-3}\ 3^7\cdot 2^{-1})$	$=$	234 ,,
	π^0	3^2	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-4}\ 3^8\cdot 2^{-1})$	$=$	222 ,,
	π^{-1}	3^3	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-5}\ 3^9\cdot 2^{-1})$	$=$	210 ,,
	π^{-2}	3^4	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-6}\ 3^{10}\cdot 2^{-1})$	$=$	198 ,,
	π^{-3}	3^5	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-7}\ 3^{11}\cdot 2^{-1})$	$=$	186 ,,
	π^{-4}	3^6	2^{-2}	$=$	$(\pi^3\, 3^{-3}\cdot 2^{-2})$	$(\pi\, 3^{-3}\cdot 2)$	$(\pi^{-8}\ 3^{12}\cdot 2^{-1})$	$=$	174 ,,

Hienach lässt sich der algebraische Wert der Dauer der menschlichen Schwangerschaft ganz allgemein durch die nachfolgende Formel ausdrücken:

$$S = (\pi^3\, 3^{-3 \cdot} 2^{-2})\ (\pi\, 3^{-3 \cdot} 2)\ (\pi^{\pm b}\, 3^{4 \mp b} \cdot 2^{-1}) = (\pi^4\, 3^{-6 \cdot} 2^{-1})\ (\pi^{\pm b}\, 3^{4 \pm b}\, 2^{-1})$$

wo $b = -6$ bis $+3$ ist.

Da aber der algebraische Wert des Produktes von M und W gleich dem halben Quadrat des algebraischen Wertes der Umlaufszeit der Erde ist, so können wir die menschliche Schwangerschaftsdauer auch durch folgende Formel ausdrücken:

$$S = (\pi^2\, 3^{-3})^2\, (\pi^{\pm b}\, 3^{4 \mp b} \cdot 2^{-2})$$

wo b die Werte von -6 bis $+3$ hat.

Damit ist die menschliche Schwangerschaftsdauer ganz allgemein auf die Umlaufszeit der Erde zurückgeführt. Wir können diese Formel aber in noch etwas anderer Form auf die einfache Umlaufszeit der Erde zurückführen, indem wir schreiben

$$S = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a \pi^{\pm b}\, 3^{2 \mp b} \cdot 2^0)$$

Nun vergleichen wir einmal diese Formel mit der allgemeinen Planetenformel, die, wie wir uns erinnern,

$$P = (\pi^2\, 3^{-3}) \left(\frac{\pi}{4}\right)^a (\pi^b\, 3^c \cdot 2^d)$$

ist, und man wird wohl zugeben, dass die Analogie des Baues geradezu eine überraschende ist. In beiden Fällen ist die Einheit aus drei Faktoren aufgebaut, nämlich

1. dem algebraischen Wert der Umlaufszeit der Erde um die Sonne,
2. einer Potenz der natürlichen Kotangente des Basiswinkels des Entfernungsdreieckes der Erde,
3. einer Variabeln, die aus Potenzen der Zahlen π, 3 und 2 aufgebaut ist.

Welch gewaltiges Naturgesetz enthüllt sich in diesen Zahlen unsern Blicken! Jene Formel, aus der wir die Hauptelemente aller Planeten, ihre absolute Entfernung von der Sonne, ihre Umlaufszeit, ihre Bahnlänge, ihre Bahngeschwindigkeit und wahrscheinlich auch ihr spezifisches Gewicht ableiten können, zeigt genau denselben Aufbau wie die allgemeine Formel, aus welcher die menschliche Schwangerschaftsdauer abgeleitet wird, denn wir brauchen in der Planetenformel nur

$$a = 1$$
$$b = -6 \text{ bis } +3$$
$$c = 2 \pm b$$
$$d = 0$$

zu setzen und wir erhalten die algebraischen Werte der kosmischen Zahlen, welche die menschliche Schwangerschaftsdauer darstellen, deren Grenzen durch die Werte $\pi^{-5}\, 3^8\, 2^{-2}$ und $\pi^5\, 3^{-2}\, 2^{-2}$ bezeichnet werden.

Vielleicht wird man gegen die obige Darstellung den Einwand erheben, dass diese Beziehungen nur subjektiv richtig sind, da ich ja alle Formeln aus dem algebraischen Wert, welcher die Umlaufszeit der Erde darstellt, abgeleitet habe, und dass sie logischerweise in Beziehung zueinander stehen

müssen. Dieser Einwand ist vollkommen richtig und ich habe denselben bereits oben bei der Besprechung der allgemeinen Planetenformel hervorgehoben. Hier möchte ich nur noch so viel sagen, dass es nicht so sehr auf den Wert als solchen, sondern auf den Aufbau desselben ankommt. Es ist klar, dass wir uns einen dieser Werte auf ganz verschiedene Weise zusammengesetzt denken können. Die Analogie, die im Aufbau der beiden Formeln hervortritt, die Gleichheit in der Konstitution der Faktoren, welche den Wert aufbauen, ist meiner Ansicht nach das wesentliche Moment, das durch die Gesetzmässigkeit in der Änderung der einzelnen Werte ganz besonders betont ist.

IV. Die allgemeine Reihe der Trächtigkeitsdauer der Säugetiere.

Es ist nun ganz klar, dass die Werte, welche die menschliche Schwangerschaftsdauer bestimmen, nur Glieder einer unendlichen Reihe sind, nämlich der Reihe:

$$\pi^n\, 3^{2-n}\, 2^{-2} \ldots\ \pi^4\, 3^{-2}\, 2^{-2}\ \pi^3\, 3^{-1}\, 2^{-2}\ \pi^2\, 3^0\, 2^{-2}\ \pi^1\, 3^1\, 2^{-2}\ \pi^0\, 3^2\, 2^{-2}\ \pi^{-1} 3^3 2^{-2}$$
$$\pi^{-2}\, 3^4\, 2^{-2}\ \pi^{-3}\, 3^5\, 2^{-2}\ \pi^{-4}\, 3^6\, 2^{-2} \ldots\ \pi^{-n}\, 3^{2+n}\, 2^{-2}$$

Bilden wir die Werte innerhalb der Grenzen von $n = \pm 19$, so erhalten wir die folgenden Werte:

	$\pi^{19}\, 3^{-17}\, 2^{-2} = 450$ Tage	Giraffe 455 Tage	
	$\pi^{18}\, 3^{-16}\, 2^{-2} = 438$,,		
	$\pi^{17}\, 3^{-15}\, 2^{-2} = 426$,,		
	$\pi^{16}\, 3^{-14}\, 2^{-2} = 414$,,		
	$\pi^{15}\, 3^{-13}\, 2^{-2} = 402$,,		
	$\pi^{14}\, 3^{-12}\, 2^{-2} = 390$,,		
	$\pi^{13}\, 3^{-11}\, 2^{-2} = 378$,,		
	$\pi^{12}\, 3^{-10}\, 2^{-2} = 366$,,	Kamel 365 Tage	
	$\pi^{11}\, 3^{-9}\, 2^{-2} = 354$,,	Stute	durchschnittlich
	$\pi^{10}\, 3^{-8}\, 2^{-2} = 342$,,		331 bis 350 Tage.
	$\pi^{9}\, 3^{-7}\, 2^{-2} = 330$,,		Edelstute 360 Tage
	$\pi^{8}\, 3^{-6}\, 2^{-2} = 318$,,	Kuh	durchschnittlich
	$\pi^{7}\, 3^{-5}\, 2^{-2} = 306$,,		280 Tage. Grenzen
	$\pi^{6}\, 3^{-4}\, 2^{-2} = 294$,,		240 bis 320 Tage
	$\pi^{5}\, 3^{-4}\, 2^{-2} = 282$,,		
	$\pi^{4}\, 3^{-2}\, 2^{-2} = 270$,,		
	$\pi^{3}\, 3^{-1}\, 2^{-2} = 258$,,		
Mensch	$\pi^{2}\, 3^{0}\, 2^{-2} = 246$,,		
	$\pi^{1}\, 3^{1}\, 2^{-2} = 234$,,		
	$\pi^{0}\, 3^{2}\, 2^{-2} = 222$,,		
	$\pi^{-1}\, 3^{3}\, 2^{-2} = 210$,,		
	$\pi^{-2}\, 3^{4}\, 2^{-2} = 198$,,		
	$\pi^{-3}\, 3^{5}\, 2^{-2} = 186$,,		
	$\pi^{-4}\, 3^{6}\, 2^{-2} = 174$,,		

$\pi^{-5}\,3^{7}\,2^{-2}$	= 162 Tage	
$\pi^{-6}\,3^{8}\,2^{-2}$	= 150 ,,	Schaf, Ziege 152 Tage
$\pi^{-7}\,3^{9}\,2^{-2}$	= 148 ,,	
$\pi^{-8}\,3^{10}\,2^{-2}$	= 136 ,,	
$\pi^{-9}\,3^{11}\,2^{-2}$	= 124 ,,	
$\pi^{-10}3^{12}\,2^{-2}$	= 112 ,,	Schwein 115 ± 7 Tage
$\pi^{-11}3^{13}\,2^{-2}$	= 110 ,,	
$\pi^{-12}3^{14}\,2^{-2}$	= 98 ,,	
$\pi^{-13}3^{15}\,2^{-2}$	= 86 ,,	
$\pi^{-14}3^{16}\,2^{-2}$	= 74 ,,	
$\pi^{-15}3^{17}\,2^{-2}$	= 62 ,,	Hund, Katze 58 bis 62 Tage
$\pi^{-16}3^{18}\,2^{-2}$	= 50 ,,	
$\pi^{-17}3^{19}\,2^{-2}$	= 38 ,,	
$\pi^{-18}3^{20}\,2^{-2}$	= 26 ,,	Kaninchen 28 bis 30 Tage
$\pi^{-19}3^{21}\,2^{-2}$	= 14 ,,	
$\pi^{-20}3^{22}\,2^{-2}$	= 2 ,,	
$\pi^{-21}3^{23}\,2^{-2}$	= −10 ,,	

Neben die Zahlen, welche die algebraischen Werte darstellen, habe ich die Trächtigkeitsdauer verschiedener Säugetiere geschrieben, welche mir durch Herrn Dr. Roith freundlichst mitgeteilt wurden. Die Übereinstimmung dieser Werte mit den durch Erfahrung festgestellten Daten über die Trächtigkeitsdauer verschiedener Säugetiere ist überraschend und darum besteht für mich kein Zweifel, dass die Trächtigkeitsdauer aller Säugetiere in der obigen Reihe enthalten ist.

Es wäre nun jedenfalls hochinteressant, wenn man feststellen könnte, inwieweit sich die Entwickelungsdauer der übrigen Wirbeltiere oder der wirbellosen Tiere zu dieser Reihe verhält. Leider fehlen mir hierüber alle Angaben, aber es dürfte jedenfalls eine dankbare Aufgabe sein, dies festzustellen.

Höchst merkwürdig ist die schon längst bekannte Übereinstimmung der Trächtigkeitsdauer von Kuh und Mensch, auf die aller Wahrscheinlichkeit nach die religiöse Verehrung, welche der Kuh dargebracht wird, zurückzuführen sein dürfte. Diese Übereinstimmung scheint mir jedoch zu beweisen, dass es nicht so sehr auf die absolute Zahl als auf deren Aufbau ankommt. Wenn wir uns die kosmische Zahl 282, deren algebraischer Wert $\pi^5\,3^{-3}\,2^{-2}$ ist, beim Menschen aus den Faktoren $(\pi^3\,3^{-3}\cdot 2^{-2})\,(\pi\,3^{-3}\cdot 2)\,(\pi^1\,3^{3}\cdot 2^{-1})$ aufgebaut denken können, so ist aller Wahrscheinlichkeit nach bei der Kuh dieselbe absolute Zahl aus ganz andern Faktoren aufgebaut. Dürften wir für die Trächtigkeitsdauer der Kuh dieselbe Formel wie bei dem Menschen zugrunde legen, nämlich dieselbe als das Produkt der weiblichen und der männlichen Periode mit einer variabeln Grösse auffassen, also $T = W \times M \times V$ schreiben, so könnte, da die Grösse der weiblichen Periode ebenso wie die Trächtigkeitsdauer bei der Kuh durch Beobachtung festgestellt werden kann, das Produkt $M \times V$ mit Leichtigkeit berechnet werden, aus welchem, da M in einem bestimmten Verhältnis zu W stehen muss, auch die Grösse von M berechnet werden könnte. Da jedenfalls bereits so viel feststeht, dass die Grösse von W bei Mensch und Kuh ganz erheblich verschieden ist, so ist damit wenigstens so viel bewiesen, dass trotz gleicher absoluter Dauer der Bau der Trächtigkeitsperiode bei Mensch und Kuh ein vollständig verschiedener ist und in dieser Verschiedenheit der Unterschied dieser beiden Säugetierordnungen begründet ist.

Nun ist das Produkt der männlichen und weiblichen Periode beim Menschen eine Konstante, nämlich $\frac{U^2}{2}$, d. h. gleich dem halben Quadrat des algebraischen Wertes der Umlaufszeit der Erde. Könnten wir das gleiche für die andern Säugetierordnungen annehmen, so liesse sich hieraus, da die Dauer der weiblichen Periode durch Beobachtung festgestellt werden kann, die Dauer der männlichen Periode und damit die Konstitution der Trächtigkeitsformel berechnen.

Das sind alles sehr bedeutsame Probleme, die noch genauer zu untersuchen sind, da sie hier nur angedeutet werden können, jedenfalls ist der enge physiologische Zusammenhang der ganzen organischen Welt auch in diesen Formeln angedeutet, die in letzter Linie darauf zurückgehen, dass das gesamte Leben auf unserer Erde genau so sein muss, wie es abläuft, weil die Erde in einer Entfernung von $\pi\,3^{-3}\cdot 2 \times 10^2 = 232\,710.566\,932$ Millionen Ellen = 148.148 148 Millionen Kilometer in $\pi^2\,3^{-3} = 365$ Tagen 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden einen Umlauf um die Sonne vollendet.

Schlusswort.

Ich bin mit meinen Darlegungen zu Ende, aber nicht am Schluss derselben angelangt. Eher möchte ich sagen, wir stehen erst am Anfang einer Hypothese über den Bau unseres Universums, welche noch unendlich viele Probleme, die der Lösung harren, enthält. Eine grosse Anzahl dieser Probleme sind in dem gewaltigen Steinbau der Cheops-Pyramide niedergelegt. Durch einen glücklichen Zufall bin ich auf den Weg, der zur Lösung wenigstens der wichtigsten Probleme dieses Wunderbaues führt, gelangt, aber wahrscheinlich harrt noch die Mehrzahl der Probleme ihrer Lösung. So viel steht aber fest, ein Problem ist immer eng mit einem andern verknüpft, so dass sich eines aus dem anderen entwickelte und eine anscheinend ganz belanglose Untersuchung über den Ursprung eines obskuren Getreidehohlmasses, das in der anglo-keltischen Kulturgemeinschaft immer noch allgemein verbreitet ist, den Anstoss zu Betrachtungen über unser Planetensystem, die Atomgewichte und jene Wissenschaft, die ich als kosmische Biologie bezeichne, gab. Diese Untersuchungen führten zur Annahme, dass aller Wahrscheinlichkeit nach ein grosses aber einfaches Weltgesetz nicht nur unser gesamtes Planetensystem, sondern möglicherweise auch unser ganzes Universum regiert und dem alles unterworfen ist, das unendlich Grosse ebenso wie das unendlich Kleine, Planeten sowohl wie die organischen Wesen, die auf denselben existieren und die Atome, aus denen beide aufgebaut sind.

Dieses Weltgesetz wird durch die Cheops-Pyramide sinnlich zum Ausdruck gebracht, und damit ist wohl eines der Probleme, über welche sich die Philosophen seit Jahrtausenden die Köpfe zerbrochen haben, ohne die Lösung zu finden, nämlich die Frage nach dem Zweck und der Bedeutung der Cheopspyramide, endgültig gelöst. Die Cheops-Pyramide ist weder ein Grabdenkmal, noch überhaupt ein Denkmal in dem Sinne, in welchem wir das Wort auffassen, weder ist sie eine Schatzkammer oder eine Sternwarte, oder eine Stätte, welche der Verehrung des Feuers gewidmet ist. Die Cheops-Pyramide ist nichts anderes als die sinnliche Darstellung des Gesetzes, das unser ganzes Universum regiert und das seinen mathematischen Ausdruck in der Zahl π findet. Das ist in wenig Worten die Bedeutung der Cheops-Pyramide, welche ihren Erbauern und vielleicht wenigen Generationen nach denselben noch bekannt war, aber anscheinend ein grosses, von der Priesterschaft sorgfältig gehütetes Mysterium, das wahrscheinlich niemals schriftlich niedergelegt werden durfte, war. Seinen einfachsten Ausdruck fand dieses Weltgesetz im Verhältnis der Höhe zur Seitenlänge der Pyramide, welche die algebraischen Werte der kosmischen Zahlen der Entfernung der Erde von der Sonne und ihrer Umlaufszeit um dieselbe darstellen. Alles übrige ergab sich aus dem logischen Zusammenhang von selbst.

Aller Wahrscheinlichkeit nach liegt in der allgemeinen Planetenformel, aus der auch die Trächtigkeitsformel und möglicherweise auch die Atomgewichte abgeleitet werden können, der kuriose Dreieinigkeitsglaube begründet. Die Grundformel setzt sich aus drei verschiedenen Werten, die ein Ganzes bilden, zusammen. So wäre denn der Dreieinigkeitsglaube auf die Erkenntnis eines gewaltigen Weltgesetzes, das unser ganzes Planetensystem regiert, zurückzuführen. Nach damaliger Anschauung wurde diese Erkenntnis durch ein Götterdreigestirn, das eine Einheit darstellt, personifiziert, von der nur den Eingeweihten bekannt war, was dieselbe wirklich bedeutet. Darum findet sich auch der Glaube an die Dreieinigkeit bei all den Völkern, deren Kultur in irgend einer Beziehung zur ägyptischen Kultur steht, wieder. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist die Entstehung des Gottgedankens, d. h. die Vorstellung von der Existenz eines persönlichen Gottes, auf dieses Weltgesetz zurückzuführen, denn der gesetzmässige Zusammenhang der Umlaufszeiten der Planeten und ihrer Entfernungen von der Sonne legt die Vorstellung von dem Vorhandensein eines persönlichen Schöpfers nur zu nahe. Das sind Probleme, die ich hier nur streifen kann und die andere, welche in diesen Fragen besser zu Hause sind als ich, behandeln mögen. Möglicherweise stellten Dreieinigkeit und der Glaube an einen persönlichen Schöpfer das erste Religionsprinzip dar, von welchem die Juden den persönlichen Gott, die buddhistische Religion das Dreieinigkeitsprinzip übernommen hat, während in der christlichen Religion wiederum das ursprüngliche Prinzip, der Glaube an die Dreieinigkeit und einen persönlichen Gott, zur Annahme gelangte. Aber sei dem wie ihm wolle, Dreieinigkeitsglaube und Gottgedanke sind in letzter Linie auf das gewaltige Naturgesetz, das unser Planetensystem, möglicherweise sogar das ganze Universum beherrscht, zurückzuführen.

Gewissermassen konzentriert war alle Weisheit in den drei Werten, welche die drei Dimensionen der Steintruhe in der sogen. Königskammer der Cheopspyramide darstellen. Wer diese genau kannte, vor allem aber auch richtig zu deuten wusste, dem war auch das letzte aller Geheimnisse erschlossen, er brauchte keinerlei schriftliche Aufzeichnungen, denn ihm genügten die Anhaltspunkte, welche die Pyramide selbst gab. Wäre nichts mehr von der Cheopspyramide übrig geblieben als ein Fragment der Steintruhe, aus welchem weiter nichts als die Breite und Höhe derselben mit Sicherheit entnommen werden könnte, so wäre man, wie ich bereits anfangs sagte, dennoch imstande, wenigstens die Hauptprobleme der Cheopspyramide zu entziffern. Man könnte allein hieraus feststellen, dass bereits vor 4000 Jahren ägyptische Priester eine Kenntnis unseres Planetensystems hatten, wie sie ähnlich erst in unsern Tagen wieder erreicht wurde. An diesem Fragment allein liesse sich feststellen, dass die ägyptische Priesterwelt jenes Weltgesetz, dem alles unterworfen ist, unendlich Grosses wie unendlich Kleines, und das seinen mathematischen Ausdruck in der Zahl π findet, kannten und dieses Weltgesetz zur Grundlage ihrer Religion machten.

Wie die ägyptischen Priester diese erstaunliche Kenntnis erlangt haben, ist eine ganz andere Sache. Ich habe eingangs gesagt, dass manches darauf hindeutet, dass die Grundlage aller dieser Kenntnisse nur vielhundertjährige

Beobachtungen sein konnten. Ob aber diese Beobachtungen, auf welche diese Kenntnisse sich stützen, in Ägypten selbst gemacht wurden, oder ob sie nicht der Ausfluss einer noch älteren Kultur, die gänzlich verloren ging, sind, wird sich wohl immer unserer Kenntnis entziehen. Das einzige, was wir mit Sicherheit wissen, ist das, dass aller Wahrscheinlichkeit nach ums Jahr 2500—2100 vor Christus diese Kenntnis vorhanden war und um diese Zeit in einem gewaltigen Steinbau festgelegt wurde, der unter dem Namen Cheops-Pyramide bekannt ist.

Es wäre nunmehr auch sehr notwendig, die Abmessungen anderer pyramidenartiger Bauten, namentlich derjenigen in Mexiko und Yukatan, genauer zu prüfen, besonders aber zu untersuchen, ob sich dieselben in ägyptischem Längenmass darstellen lassen. Eine Umrechnung ist ja leicht genug, wenn die Masse in Meter angegeben sind, da eine Multiplikation mit dem Werte $\frac{\pi}{2}$ ohne weiteres die Dimensionen in Ellen angibt. Lassen sich in den Abmessungen der mexikanischen Pyramiden Beziehungen zu dem ägyptischen Längenmass erkennen, lassen sich vor allem Beziehungen erkennen, welche auf die Zahl π hindeuten, dann wäre wohl die Existenz eines uralten Kulturzentrums, von dem diese Kenntnis sich nach Osten (Ägypten) sowie nach Westen (Amerika) verbreitet hat, sehr wahrscheinlich. Ob dieses Kulturzentrum die mysteriöse Atlantis war, ist natürlich eine ganz andere Sache.

Allein wie dem auch sein mag, ob die in der Cheops-Pyramide niedergelegte Kenntnis auf ägyptischem Boden entstanden ist oder nicht, die Zahl der Probleme, welche dieselbe enthält, ist meiner Ansicht nach auch nicht annähernd erschöpft. Allerdings muss man in nüchterner Weise an die Untersuchung derselben herangehen und nicht mystisch-religiöse Geheimnisse da erkennen wollen, wo nichts ferner liegt als solche. Die Versuche, die Geschichte der Menschheit mit besonderer Berücksichtigung der christlichen Menschheit zu ergründen, wie sie anscheinend mit Vorliebe von den Engländern betrieben werden, können nicht ernst genommen werden, denn so viel steht fest, dass den Erbauern der Cheops-Pyramide nichts ferner lag, als mit derselben eine Art steinerner Prophezeiung zu errichten. Allerdings, ich will zugeben, dass gerade dadurch, dass die Hauptelemente der Cheops-Pyramide die Umlaufszeit und die Entfernung der Erde von der Sonne darstellen, gewisse Zahlenverhältnisse festgelegt werden, die anscheinend mit den Geschicken der Menschheit verbunden sind. Wir wissen noch nicht, ob nicht das ganze Leben unseres Erdballes in gewissen rhythmischen Perioden abläuft, die von vornherein festgelegt waren, als die Erde sich so zur Sonne stellte, dass ihre Umlaufszeit 365 Tage 5 Stunden 40 Minuten 9.03 Sekunden betrug. Die Fliessschen Perioden legen jedenfalls den Gedanken an grössere Zyklen nahe. Solche Zyklen oder Perioden mögen nun ebenso, wie sie in der Geschichte des Einzelindividuums vorkommen, auch in der Geschichte der Gesamtheit auftreten, wo sie mit irgend welchen Katastrophen oder Änderungen verbunden waren. Als Cäsar im Jahre 54 den Ariovist schlug, war, so grotesk auch eine solche Behauptung sein mag, der Weltkrieg 1914—1918 eine unabänderlich eintretende Tatsache. So mögen sich denn aus den Abmessungen der Cheops-Pyramide gewisse Zahlenwerte ergeben, die

von selbst in der Entfernung der Erde von der Sonne und ihrer Umlaufszeit begründet sind, die aber ihrerseits gewisse Perioden in der Geschichte der Menschheit bezeichnen, die ganz unweigerlich eintreten mussten, weil die Erde in einer Entfernung von 148.148 Millionen Kilometer in 365 Tagen einen Umlauf um die Sonne vollendet. Der Glaube an ein Fatum, eine Vorherbestimmung des Schicksals, ist also so ohne weiteres nicht von der Hand zu weisen, denn vieles auf unserer Erde, nicht zum allermindesten der Ablauf unseres Lebens, war durch die Stellung der Erde zur Sonne von vornherein bestimmt. Dass also möglicherweise gewisse Zahlenwerte der Cheops-Pyramide mit gewissen Perioden in der Entwickelung der Menschheit zusammenfallen, will ich nicht so absolut abweisen, nur sind diese Zahlenwerte nicht als eine bewusste Prophezeiung anzusehen, sondern sie ergeben sich in logischer Weise, darum weil in der Cheops-Pyramide die Entfernung der Erde von der Sonne und ihre Umlaufszeit um dieselbe zum sinnlichen Ausdruck gebracht wurde.

Jedenfalls machen die vorliegenden Untersuchungen die Existenz eines unser ganzes Universum beherrschenden Weltgesetzes, dem alles unterworfen ist, das unendlich Grosse wie das unendlich Kleine, sehr wahrscheinlich. Das Gesetz an sich wäre allerdings noch genauer zu formulieren. Vorläufig steht nur fest, dass dasselbe seinen mathematischen Ausdruck in der Zahl π in Kombination mit den Zahlen 2, 3 und 2^2 findet. Aller Wahrscheinlichkeit nach finden Teilungen in der Natur unter Zugrundlage des Wertes $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ statt, wodurch eine Teilung, die anscheinend nach dem Gesetz des Goldenen Schnittes erfolgt ist, hervorgerufen wird.

Die Existenz eines solchen Weltgesetzes haben ja bereits viele grosse Geister geahnt und ihren Vermutungen in mehr oder minder mystischen Spekulationen Ausdruck verliehen. In moderner Zeit erleben wir gerade wieder einen ins Groteske verzerrten Ausdruck dieses Ahnens in der kubistischen Kunst. Die kubistischen Künstler fühlen, was die alten Ägypter wussten, dass die Vierzahl der Ausdruck dieses Weltgesetzes ist und ihre Seele ringt damit, diesem Gefühl Ausdruck zu verleihen. Die kubistische Kunst hat darum einen sehr berechtigten Kern. Auch ein moderner Schriftsteller hat dieses Weltgesetz dunkel geahnt. Die vielen Zahlenspielereien in den Strindbergschen Werken, namentlich im Blauen Buch, lassen deutlich erkennen, dass dieser grosse, aber unglückliche Mann in den in der Natur auftretenden Grössenverhältnissen das Vorhandensein eines dieselben bestimmenden Weltgesetzes dunkel empfunden hat. Nur war es ihm nicht gegeben, diesem Ahnen einen präzisen, wissenschaftlichen Ausdruck zu verleihen. Aber nicht nur in der Natur, sondern auch in den vom Menschen geschaffenen Werken herrscht das Weltgesetz. Ein Werk, das in seinen Proportionen harmonisch ist, wirkt wohltuend auf die Sinne, einzig und allein, weil in diesem Werk ganz unwillkürlich das Weltgesetz zum Ausdruck gelangt ist. Dieses Weltgesetz zu formulieren, und seine feinsten Verzweigungen zu erforschen und mathematisch zu begründen, wird die Aufgabe der Zukunft sein.

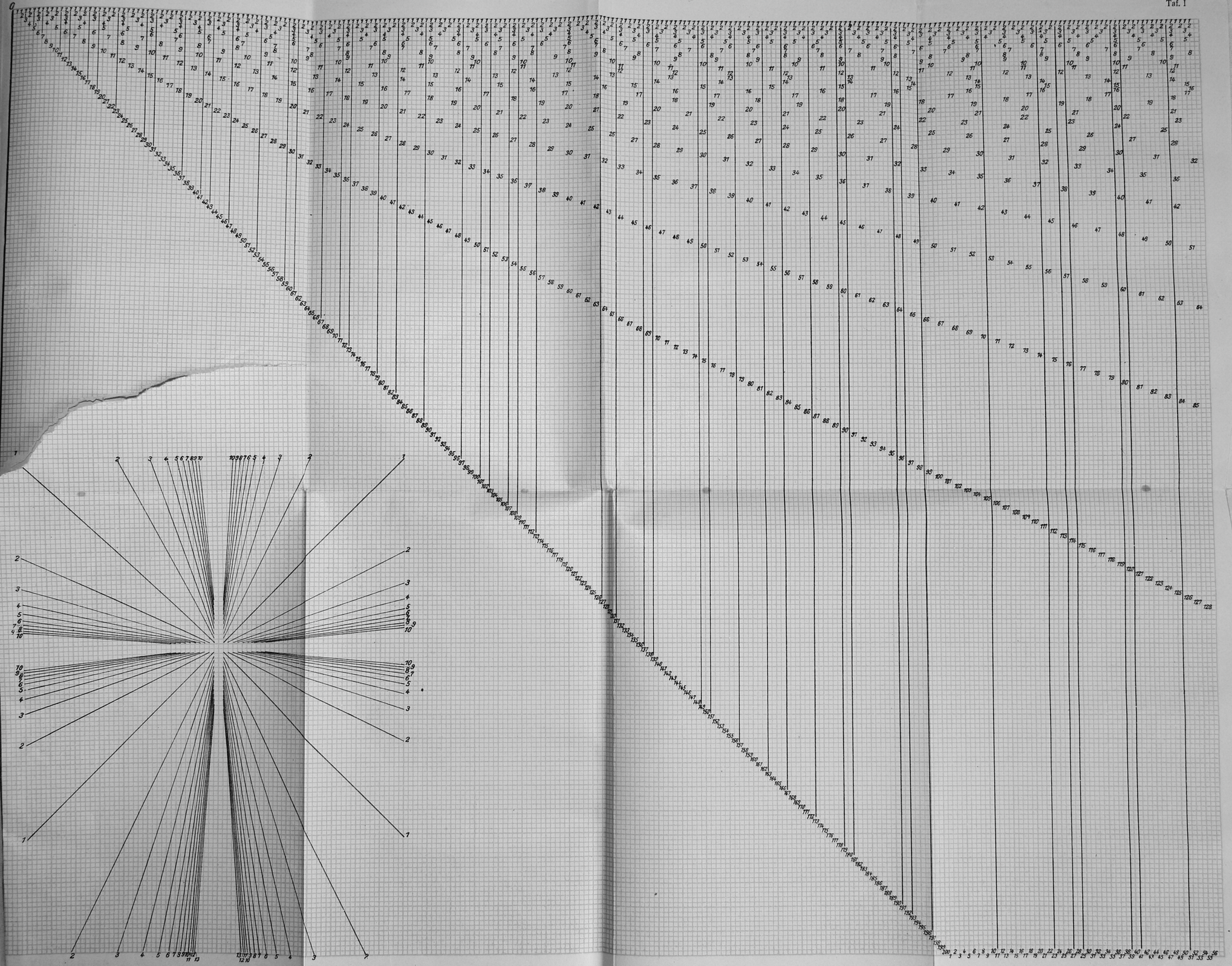


Fig. 2

Fig. 1

G. Reisacher